

$$1) \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{2\sqrt{xy}}{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2} \right) = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{y}(\sqrt{\sqrt{x}+\sqrt{y}}) + 2\sqrt{xy}}{x-y} = \frac{x^2 - \sqrt{xy} + \sqrt{x}}{x-y}$$

$$\frac{x^2 - 2\sqrt{xy} + y^2}{x-y} = \frac{(x+y)^2}{x-y}$$

## 6 Logarithmen

### 6.1 Übungen

Vereinfachen/Berechnen Sie:

Level A

Aufgabe 1.

$$\log_2 16 \log_2 2$$

Aufgabe 2.

$$\log_3 324 - \log_3 4$$

Aufgabe 3.

$$2 \log_5 25$$

Aufgabe 4.

$$2,5^{\log_{2,5} 6} - 3$$

Aufgabe 5.

$$\log_3 2^3$$

Level B

Aufgabe 1.

$$\log_5 \frac{1}{125}$$

Aufgabe 2.

$$4 \frac{\log_7 2}{\log_7 80} + \log_{80} 5$$

Aufgabe 3.

$$\log_4 \sqrt{6} + 2 \log_{16} \sqrt{6}$$

#### Aufgabe 4.

$$\frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 72}$$

#### Aufgabe 5.

$$\frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{11}}{\log_2 10} + 2 \log_2 2$$

#### Level C

#### Aufgabe 1.

$$16^{\log_4 5} + 10^{1 - \log_{10} 2} - 8^{\log_2 3}$$

#### Aufgabe 2.

$$64^{\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \log_8 4} + 25^{\log_{125} 8} \cdot 49^{\log_7 2}$$

#### Aufgabe 3.

$$81^{1 - \log_9 5} + 4^{\frac{1}{2} \log_2 3 + 3 \log_8 5}$$

#### Aufgabe 4.

$$32 * (49^{\frac{1}{2} \log_7 9 - \log_7 6} + 6^{-\log \sqrt{6}^4})$$

#### Aufgabe 5.

$$25^{1 - \log_5 3} + 15^{\log \sqrt{15}^4} - 49^{\log_7 3}$$

## 6.2 Lösung

Vereinfachen/Berechnen Sie:

#### Level A

#### Aufgabe 1.

$$\log_2 16 \log_2 2$$

Lösung:

$$\log_2 16 + \log_2 2 = \log_2 (16 * 2) = \log_2 32 = 5$$

#### Aufgabe 2.

$$\log_3 324 - \log_3 4$$

*Lösung:*

$$\log_3 324 - \log_3 4 = \log_3 (324 : 4) = \log_3 81 = 4$$

**Aufgabe 3.**

$$2\log_5 25$$

*Lösung:*

$$2\log_5 25 = \log_5 25^2 = \log_5 625 = 4$$

**Aufgabe 4.**

$$2, 5^{\log_2 56} - 3$$

*Lösung:*

$$2, 5^{\log_2 56} - 3 = 6 - 3 = 3$$

**Aufgabe 5.**

$$\log_3 23$$

*Lösung:*

$$\log_3 23 = \frac{1}{2} \log_3 3 = \frac{1}{2}$$

**Level B**

**Aufgabe 1.**

$$\log_5 \frac{1}{125}$$

*Lösung:*

$$\log_5 5^{-3} = -3\log_5 5 = -3$$

**Aufgabe 2.**

$$4 \frac{\log_7 2}{\log_7 80} + \log_{80} 5$$

*Lösung:*

$$4 \frac{\log_7 2}{\log_7 80} + \log_{80} 5 = \log_{80} 2^4 + \log_{80} 5 = \log_{80} 16 + \log_{80} 5 = \log_{80} (16 * 5) = \log_{80} 80 = 1$$

**Aufgabe 3.**

$$\log_4 \sqrt{6} + 2\log_{16} \sqrt{6}$$

*Lösung:*

$$\log_4 \sqrt{6} + 2 \log_{4^2} \sqrt{6} = \log_4 \sqrt{6} + 2 \frac{1}{2} \log_4 \sqrt{6} = \log_4 \sqrt{6} + \log_4 \sqrt{6} = 2 \log_4 \sqrt{6} = 2 \log_4 6 = \log_4 36$$

#### Aufgabe 4.

$$\frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 72}$$

Lösung:

$$\frac{\frac{2 \log_2 24 - \log_2 72}{2}}{\frac{3 \log_3 (18) - \log_3 (72)}{3}} = \frac{(2 \log_2 24 - \log_2 72) * 3}{(3 \log_3 18 - \log_3 72) * 2} = \frac{6 \log_2 (24) - 3 \log_2 (72)}{2 (\log_3 18^3 - \log_3 72)} = \frac{\log_2 (24^6 * \frac{1}{72^3})}{2 \log_3 18} = \frac{\log_2 (2^9)}{8} = \frac{9}{8}$$

#### Aufgabe 5.

$$\frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{11}}{\log_2 10} + 2 \log_2 2$$

Lösung:

$$\frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{11}}{\log_2 10 + 2 \log_2 2} = \frac{\log_2 2^2 + \log_2 \sqrt{11}}{\log_2 10 + \log_2 2^2} = \frac{\log_2 (4 * \sqrt{11})}{\log_2 (10 * 4)} = \frac{\log_2 (4 \sqrt{11})}{\log_2 40} = \log_{40} (4 \sqrt{11})$$

### Level C

#### Aufgabe 1.

$$16^{\log_4 5} + 10^{1 - \log_{10} 2} - 8^{\log_2 3}$$

Lösung:

$$4^{2 \log_4 5} + 10^{1 - \log_{10} 2} - 8^{\log_2 3} = 4^{2 \log_4 5} + 10^1 * 10^{-\log_{10} (2)} - 2^{3 \log_2 3} = 4^{\log_4 5^2} + 10 * 10^{\log_{10} 2^{-1}} - 2^{\log_2 3^3} = 5^2 + 10 * 2^{-1} - 3^3 = 25 + 5 - 27 = 3$$

#### Aufgabe 2.

$$(64^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \log_8 4} + 25^{\log_{125} 8}) * 49^{\log_7 2}$$

Lösung:

$$(64^{\frac{1}{4}} * 64^{-\frac{1}{2} \log_8 4} + 5^{2 \log_{5^3} 8}) * 7^{2 \log_7 2} = (8^{\frac{1}{2}} * 8^{-2 \log_8 4} + 5^{2 \log_{5^3} (8)}) * 7^{2 \log_7 2} = (\sqrt{8} * 8^{\log_8 4^{-1}} + 5^{\frac{2}{3} \log_5 8}) * 7^{\log_7 4} = (\sqrt{8} * 4^{-1} + 8^{\frac{2}{3}}) * 4 = (\frac{\sqrt{8}}{4} + 4) * 4 = \sqrt{8} + 16$$

#### Aufgabe 3.

$$81^{1 + \log_9 5} + 4^{\frac{1}{2} \log_2 3 + 3 \log_8 5}$$

Lösung:

$$81 * 81^{\log_9 5} + 2^{2 * \frac{1}{2} \log_2 3} * 2^{2 * 3 \log_8 5} = 81 * 9^{2 \log_9 5} + 2^{\log_2 3} * 8^{2 \log_8 5} = 81 * 5^2 + 3 * 5^2 = 5^2 (81 + 3) = 25 * 84 = 2100$$

#### Aufgabe 4.

$$32 * (49^{\frac{1}{2} \log_7 9 - \log_7 6} + 6^{-\log_7 \frac{1}{16}})$$

Lösung:

$$32(7^{\log_7 9} * 7^{-2 \log_7 6} + 6^{-\log_6 \frac{1}{16}}) = 32(9 * 6^{-2} + \frac{1}{16}) = 32(\frac{9}{36} + \frac{1}{16}) = 32(\frac{1}{4} + \frac{1}{16}) = \frac{32*5}{16} = 10$$

#### Aufgabe 5.

$$25^{1+\log_5 3} + 15^{\log \sqrt{154}} - 49^{\log_7 3}$$

Lösung:

$$5^2 * 5^{2 \log_5 3} + 15^{\frac{1}{2} \sqrt{154}} - 7^{2 \log_7 3} = 5^2 + 5^6 + 15^{\frac{1}{2}} - 7^6 = 5^8 + 125 - 7^6 = 390625 + 125 - 1176649 = 273101$$

## 7 Mengenlehre

### 7.1 Übungen

Bestimmen Sie die Mengen:

#### Aufgabe 1.

Gegeben sind die Mengen

$$A = \{a, b, c\} \text{ und } B = \{d, a, f\}$$

$$A \cap B =$$

$$A \cup B =$$

#### Aufgabe 2.

Gegeben sind die Mengen  $C = \{m, n, x\}$  und  $D = \{y, b, x\}$

$$C \setminus D =$$

$$D \setminus C =$$

#### Aufgabe 3.

Gegeben sind die Mengen  $N = \{a, k, c\}$  und  $M = \{f, c, n\}$

$$M \cap N =$$

$$M \cup N =$$

Aufgabe 4.

Gegeben sind die Mengen  $F = \{a, x, y\}$  und  $K = \{a, f, y\}$

$$F \cap K =$$

$$F \cup F =$$

Aufgabe 5.

Gegeben sind die Mengen  $A = \{a, b, c, d\}$  und  $F = \{x, y, b, d\}$

$$A \cup F =$$

$$A \cap F =$$

Aufgabe 6.

Gegeben sind die Mengen  $U = \{m, n, x, y, a, b, c\}$ ;  $A = \{x, y, a, m\}$  und  $B = \{x, n, a, b, m\}$

$$A \cap B =$$

$$U \setminus A =$$

Aufgabe 7.

Gegeben sind die Mengen  $X = \{n, m, a, b, c, f, y\}$ ;  $V = \{a, b, f, n\}$  und  $U = \{a, c, n, m, y\}$

$$X \cap U =$$

$$V \setminus X =$$

$$(V \setminus U) \cap (X \setminus U) =$$

Aufgabe 8.

Gegeben sind die Mengen  $Y = \{q, c, e, d, f, n, k\}$ ;  $A = \{q, c, d, k\}$  und  $B = \{c, e, d, f, q\}$

$$Y \setminus A =$$

$$Y \cap B =$$

$$(Y \setminus A) \cup (Y \setminus B) =$$

Aufgabe 9.

Gegeben sind die Mengen  $M = \{a, m, n, q, d, c, e, r\}$ ;  $K = \{n, q, c, e\}$  und  $F =$

$$\{d, a, n, r, e\}$$

$$M \setminus K =$$

$$M \setminus F =$$

$$(M \setminus F) \cup (M \setminus K) =$$

$$(M \setminus F) \cap (M \setminus K) =$$

### Aufgabe 10.

Gegeben sind die Mengen  $K = \{c, b, d, k, f, n, i\}$ ,  $V = \{d, k, f, i\}$  und  $C = \{b, d, k, i\}$

$$K \setminus V =$$

$$K \setminus C =$$

$$(K \setminus V) \cap (K \setminus C) =$$

## 7.2 Lösung

Bestimmen Sie die Mengen:

### Aufgabe 1.

Gegeben sind die Mengen  $A = \{a, b, c\}$  und  $B = \{d, a, f\}$

$$A \cap B = \{a\}$$

$$A \cup B = \{a, b, c, d, f\}$$

### Aufgabe 2.

Gegeben sind die Mengen  $C = \{m, n, x\}$  und  $D = \{y, b, x\}$

$$C \setminus D = \{m, n\}$$

$$D \setminus C = \{y, b\}$$

### Aufgabe 3.

Gegeben sind die Mengen  $N = \{a, k, c\}$  und  $M = \{f, c, n\}$

$$N \cap M = \{c\}$$

$$N \setminus M = \{k, a\}$$

#### Aufgabe 4.

Gegeben sind die Mengen  $F = \{a, x, y\}$  und  $K = \{a, f, y\}$

$$F \cap K = \{a, y\}$$

$$K \setminus F = \{f\}$$

#### Aufgabe 5.

Gegeben sind die Mengen  $A = \{a, b, c, d\}$  und  $F = \{x, y, b, d\}$

$$A \cup F = \{a, b, c, d, x, y\}$$

$$A \cap F = \{b, d\}$$

#### Aufgabe 6.

Gegeben sind die Mengen  $\bar{U} = \{m, n, x, y, a, b, c\}$ ;  $A = \{x, y, a, m\}$  und

$$B = \{x, n, a, b, m\}$$

$$A \cap B = \{x, m, a\}$$

$$\bar{U} \setminus A = \{n, b, c\}$$

#### Aufgabe 7.

Gegeben sind die Mengen  $X = \{n, m, a, b, c, f, y\}$ ;  $V = \{a, b, f, n\}$  und

$$U = \{a, c, n, m, y\}$$

$$X \setminus V = \{m, y, c\}$$

$$X \setminus U = \{b, f\}$$

$$(X \setminus V) \cap (X \setminus U) = \{\}$$

#### Aufgabe 8.

Gegeben sind die Mengen  $Y = \{q, c, e, d, f, n, k\}$ ;  $A = \{q, c, d, k\}$  und

$$B = \{c, e, d, f, q\}$$

$$Y \setminus A = \{e, f, n\}$$

$$Y \setminus B = \{n, k\}$$

$$(Y \setminus A) \cup (Y \setminus B) = \{e, f, n, k\}$$

Wandeln Sie die Intervallschreibweise in Mengenschreibweise um.

$$A = [-10; +\infty)$$

**Aufgabe 4.**

Wandeln Sie die Intervallschreibweise in Mengenschreibweise um.

$$B = (-\infty; 0]$$

**Aufgabe 5.**

Welche Aussage ist richtig für die gegebene Lösungsmenge?

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Q} \setminus [-2; 4] \text{ Die Lösungsmenge enthält alle Zahlen, die zwischen -2 und 4 liegen.}$$

Die Lösungsmenge enthält zwei rationale Zahlen: die -2 und 4 Die Lösungsmenge enthält rationale Zahlen, die zwischen -2 und 4 liegen. Die Lösungsmenge enthält rationale Zahlen, die zwischen -2 und 4 liegen, einschließlich der Grenzen. Die Lösungsmenge enthält nicht rationale Zahlen, die zwischen -2 und 4 liegen, einschließlich der Grenzen.

**Aufgabe 6.**

Welche Aussage ist richtig für die gegebene Lösungsmenge?

$$\mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus \{10\} \text{ Die Lösungsmenge enthält alle reellen Zahlen bis einschließlich 10. Die Lösungsmenge enthält alle reellen Zahlen, die größer 10 sind. Die Lösungsmenge enthält die reelle Zahl 10. Die Lösungsmenge enthält alle reellen Zahlen außer 10. Die Lösungsmenge enthält alle reellen Zahlen, die kleiner 10 sind.}$$

## 8.2 Lösung

**Aufgabe 1.**

Geben Sie die folgende Menge als Intervall an.

$$A = \{x \mid -3 \leq x \leq 3\}$$

$$A = [-3; 3]$$

**Aufgabe 2.**

Geben Sie die folgende Menge als Intervall an.

$$B = \{x \mid -8 < x < 4\}$$

$$B = (-8; 4)$$

### Aufgabe 3.

Wandeln Sie die Intervallschreibweise in Mengenschreibweise um.

$$A = [-10; +\infty)$$

$$A = \{x \mid x \geq -10\}$$

### Aufgabe 4.

Wandeln Sie die Intervallschreibweise in Mengenschreibweise um.

$$B = (-\infty; 0]$$

$$B = \{x \mid x \leq 0\}$$

### Aufgabe 5.

Welche Aussage ist richtig für die gegebene Lösungsmenge?

$$\mathbb{L} = \mathbb{Q} \setminus [-2; 4]$$

Die Lösungsmenge enthält alle Zahlen, die zwischen -2 und 4 liegen.

Die Lösungsmenge enthält zwei rationale Zahlen: die -2 und 4

Die Lösungsmenge enthält rationale Zahlen, die zwischen -2 und 4 liegen.

Die Lösungsmenge enthält rationale Zahlen, die zwischen -2 und 4 liegen, einschließlich der Grenzen.

**Die Lösungsmenge enthält nicht rationale Zahlen, die zwischen -2 und 4 liegen, einschließlich der Grenzen. (richtig)**

### Aufgabe 6.

Welche Aussage ist richtig für die gegebene Lösungsmenge?

$$\mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus \{10\}$$

Die Lösungsmenge enthält alle reellen Zahlen bis einschließlich 10.

Die Lösungsmenge enthält alle reellen Zahlen, die größer 10 sind.

Die Lösungsmenge enthält die reelle Zahl 10.

Die Lösungsmenge enthält alle reellen Zahlen außer 10. (richtig)

Die Lösungsmenge enthält alle reellen Zahlen, die kleiner 10 sind.

## 9 Lineare Gleichungen

### 9.1 Übungen

Lösen Sie die Gleichungen:

**Level A**

**Aufgabe 1.**

$$45 + 14x = 17x + 3$$

**Aufgabe 2.**

$$2,55 - 0,45r = 3 + 2,55r$$

**Aufgabe 3.**

$$0,8a + 14 = 2 - 1,6a$$

**Aufgabe 4.**

$$1\frac{1}{3}y + 4 = \frac{1}{3}y + 1$$

**Aufgabe 5.**

$$q - \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}q$$

**Level B**

**Aufgabe 1.**

$$(13b - 15) - (9 + 6b) = -3b$$

**Aufgabe 2.**

$$12 - (4c - 18) = (36 + 4c) + (18 - 6c)$$

**Aufgabe 3.**

$$1,6p - (p - 2,8) = (0,2p + 1,5) - 0,7$$

**Aufgabe 4.**

$$(0,5y + 1,2) - (3,6 - 4,5y) = (4,8 - 0,3y) - (10,5y + 0,6)$$

**Aufgabe 5.**

$$(5,3f - 0,8) - (1,6 - 4,7f) = 2f - (f - 0,3)$$

**Level C**

**Aufgabe 1.**

$$1 - \frac{y-3}{2} = \frac{2-y}{3} + 4$$

**Aufgabe 2.**

$$\frac{6x+7}{4} + \frac{8-5x}{3} = 5$$

**Aufgabe 3.**

$$\frac{11b-4}{7} - \frac{b-9}{2} = 5$$

**Aufgabe 4.**

$$\frac{3a-1}{24} - \frac{2a+6}{36} - 1 = 0$$

**Aufgabe 5.**

$$5 - \frac{1-2n}{4} = \frac{3n+20}{6} + \frac{n}{3}$$

## 9.2 Lösung

**Lösen Sie die Gleichungen:**

**Level A**

**Aufgabe 1.**

$$45 + 14x = 17x + 3$$

*Lösung:*

$$45 - 3 = 17x - 14x$$

$$42 = 3x$$

$$x = \frac{42}{3}$$

$$x = 14$$

### Aufgabe 2.

$$2,55 - 0,45r = 3 + 2,55r$$

*Lösung:*

$$2,55 - 3 = 2,55r + 0,45r$$

$$-0,45 = 3r$$

$$r = -0,15$$

### Aufgabe 3.

$$0,8a + 14 = 2 - 1,6a$$

*Lösung:*

$$0,8a + 1,6a = 2 - 14$$

$$2,4a = -12$$

$$a = -\frac{12}{2,4}$$

$$a = -5$$

### Aufgabe 4.

$$1\frac{1}{3}y + 4 = \frac{1}{3}y + 1$$

*Lösung:*

$$1\frac{1}{3}y - \frac{1}{3}y = 1 - 4$$

$$y = -3$$

### Aufgabe 5.

$$q - \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}q$$

*Lösung:*

$$q - \frac{1}{2}q = \frac{3}{8} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}q = \frac{5}{8}$$

$$q = 1\frac{1}{4}$$

**Level B**

**Aufgabe 1.**

$$(13b - 15) - (9 + 6b) = -3b$$

*Lösung:*

$$13b - 15 - 9 - 6b = -3b$$

$$13b - 6b + 3b = 15 + 9$$

$$10b = 24$$

$$b = 2,4$$

**Aufgabe 2.**

$$12 - (4c - 18) = (36 + 4c) + (18 - 6c)$$

*Lösung:*

$$12 - 4c + 18 = 36 + 4c + 18 - 6c$$

$$-4c - 4c + 6c = 36 + 18 - 18 - 12$$

$$-2c = 24$$

$$c = -12$$

**Aufgabe 3.**

$$1. 6p - (p - 2, 8) = (0, 2p + 1, 5) - 0, 7$$

*Lösung:*

$$1. 6p - p + 2, 8 = 0, 2p + 1, 5 - 0, 7$$

$$1. 5p - p - 0, 2p = 1, 5 - 0, 7 - 2, 8$$

$$1. 4p = -2$$

$$p = -0, 5$$

#### Aufgabe 4.

$$10. 5y + 1, 2) - (3, 6 - 4, 5y) = (4, 8 - 0, 3y) + (10, 5y + 0, 6)$$

*Lösung:*

$$1. 5y - 1, 2 - 3, 6 + 4, 5y = 4, 8 - 0, 3y + 10, 5y + 0, 6$$

$$1. 5y - 4, 5y + 0, 3y - 10, 5y = 4, 8 + 0, 6 - 1, 2 + 3, 6$$

$$- 5, 2y = 7, 8$$

$$y = -1, 5$$

#### Aufgabe 5.

$$5. 3f - 0, 8) - (1, 6 - 4, 7f) = 2f - (f - 0, 3)$$

*Lösung:*

$$5. 3f - 0, 8 - 1, 6 + 4, 7f = 2f - f + 0, 3$$

$$5. 3f + 4, 7f - 2f + f = 0, 3 + 0, 8 + 1, 6$$

$$6f = 2, 7$$

$$f = 0, 3$$

#### Level C

#### Aufgabe 1.

$$1 - \frac{y-3}{2} = \frac{2-y}{3} + 4$$

*Lösung:*

$$1 - \frac{y-3}{2} = \frac{2-y}{3} + 4 \quad | \cdot 6$$

$$6 - 3(y-3) = 2(2-y) + 24$$

$$6 - 3y + 9 = 4 - 2y + 24$$

$$-3y + 2y = 24 + 4 - 6 - 9$$

$$-y = 13$$

$$y = -13$$

### **Aufgabe 2.**

$$\frac{6x+7}{4} + \frac{8-5x}{3} = 5$$

*Lösung:*

$$\frac{6x+7}{4} + \frac{8-5x}{3} = 5 \quad | \cdot 12$$

$$3(6x+7) + 4(8-5x) = 60$$

$$18x + 21 + 32 - 20x - 60 = 0$$

$$18x - 20x = 60 - 32 - 21$$

$$-2x = 7$$

$$x = -3,5$$

### **Aufgabe 3.**

$$\frac{11b-4}{7} - \frac{b-9}{2} = 5$$

*Lösung:*

$$\frac{11b-4}{7} - \frac{b-9}{2} = 5 \quad | \cdot 14$$

$$2(11b-4) - 7(b-9) = 70$$

$$22b - 8 - 7b + 63 = 70$$

$$22b - 7b = 70 - 63 + 8$$

$$15b = 15$$

$$b = 1$$

#### Aufgabe 4.

$$\frac{3a-1}{24} - \frac{2a+6}{36} - 1 = 0$$

*Lösung:*

$$3(3a - 1) - 2(2a + 6) - 72 = 0$$

$$9a - 3 - 4a - 12 - 72 = 0$$

$$5a = 72 + 12 + 3$$

$$5a = 87$$

$$a = 17,4$$

#### Aufgabe 5.

$$5 - \frac{1-2n}{4} = \frac{3n+20}{6} + \frac{n}{3}$$

*Lösung:*

$$5 - \frac{1-2n}{4} = \frac{3n+20}{6} + \frac{n}{3} \quad | \cdot 24$$

$$120 - 6(1 - 2n) = 4(3n + 20) + 8n$$

$$120 - 6 + 12n = 12n + 80 + 8n$$

$$-8n = -114 + 80$$

$$-8n = -34$$

$$n = \frac{17}{4}$$

$$n = 4,25$$

## 10 Betragsgleichungen

### 10.1 Übungen

Lösen Sie die Gleichungen:

Level A

Aufgabe 1.

$$|x| + 4 = 6x - 2$$

Aufgabe 2.

$$|m| - 3 = 3m + 2$$

Aufgabe 3.

$$|c - 1| = \frac{1}{4}c$$

Aufgabe 4.

$$|a + 1| = -\frac{1}{3}a$$

Aufgabe 5.

$$|b - 4| + 2b = 4$$

Level B

Aufgabe 1.

$$|5x - 4| = |4x - 6|$$

Aufgabe 2.

$$|8b - 5| = |3b + 2|$$

Aufgabe 3.

$$|2n - 3| + 3|n + 1| = 7$$

Aufgabe 4.

$$|4x - 3| + 2|x + 2| = 7$$

Aufgabe 5.

$$|m^2 - 3m| = 0$$

Level C

Aufgabe 1.

$$|c + 1| - 4 = 3$$

Aufgabe 2.

$$|8 - |k - 2|| = 7$$

Aufgabe 3.

$$||4f + 4| - 5| = f$$

Aufgabe 4.

$$|n + 4| - 5 = n + 7$$

Aufgabe 5.

$$||p - 5| - 5| - 5| = 5$$

## 10.2 Lösung

Lösen Sie die Gleichungen:

Level A

Aufgabe 1.

$$|x| + 4 = 6x - 2$$

*Lösung:*

$$|x| = 6x - 2 - 4$$

$$|x| = 6x - 6$$

$$x = 6x - 6 \quad \text{oder} \quad x = -(6x - 6)$$

$$x - 6x = -6 \quad x = -6x + 6$$

$$-5x = -6 \quad 7x = 6$$

$$x = \frac{6}{5}$$

$$x = \frac{6}{5}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ \frac{5}{6} \right\}$$

### Aufgabe 2.

$$|m| - 3 = 3m + 2$$

*Lösung:*

$$|m| = 3m + 2 + 3$$

$$|m| = 3m + 5$$

$$m = 3m + 5 \quad \text{oder} \quad m = -(3m + 5)$$

$$m - 3m = 5 \quad m + 3m = -5$$

$$-2m = 5 \quad 4m = -5$$

$$m = -\frac{5}{2} \quad m = -\frac{5}{4}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ -\frac{5}{4} \right\}$$

### Aufgabe 3.

$$|c - 1| = \frac{1}{4}c$$

*Lösung:*

$$|c - 1| = \frac{1}{4}c$$

$$c - 1 = \frac{1}{4}c \quad \text{oder} \quad c - 1 = -\frac{1}{4}c$$

$$c - \frac{1}{4}c = 1 \quad c + \frac{1}{4}c = 1$$

$$\frac{3}{4}c = 1 \quad \frac{5}{4}c = 1$$

$$c = \frac{4}{3} \quad c = \frac{4}{5}$$

### Aufgabe 4.

$$|a + 1| = -\frac{1}{3}a$$

*Lösung:*

$$|a + 1| = -\frac{1}{3}a$$

$$a - 1 = -\frac{1}{3}a \quad \text{oder} \quad a + 1 = \frac{1}{3}a$$

$$a - \frac{1}{3}a = -1 \qquad a - \frac{1}{3}a = -1$$

$$\frac{2}{3}a = -1 \qquad \frac{2}{3}a = -1$$

$$a = -\frac{3}{2} \qquad a = -\frac{3}{2}$$

### Aufgabe 5.

$$|b - 4| + 2b = 4$$

*Lösung:*

$$|b - 4| + 2b = 4$$

$$|b - 4| = 4 - 2b$$

$$b - 4 = 4 - 2b \quad \text{oder} \quad b - 4 = -(4 - 2b)$$

$$b + 2b = 4 + 4 \qquad b - 4 = -4 + 2b$$

$$3b = 8 \qquad b - 2b = -4 + 4$$

$$b = \frac{8}{3} \qquad -b = 0 \Leftrightarrow b = 0$$

$$\mathbb{L} = \{0\}$$

### Level B

### Aufgabe 1.

$$|5x - 4| = |4x - 6|$$

*Lösung:*

$$5x - 4 = 4x - 6 \quad \text{oder} \quad 5x - 4 = -4x + 6$$

$$5x - 4x = -6 + 4 \qquad 5x + 4x = 6 + 4$$

$$x = -2 \qquad 9x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{9}$$

### Aufgabe 2.

$$|8b - 5| = |3b + 2|$$

*Lösung:*

$$8b - 5 = 3b + 2 \quad \text{oder} \quad 8b - 5 = -3b - 2$$

$$8b - 3b = 2 + 5 \qquad 8b + 3b = -2 + 5$$

$$5b = 7 \qquad 11b = 3$$

$$b = \frac{7}{5} \qquad b = \frac{3}{11}$$

**Aufgabe 3.**

$$|2n - 3| + 3|n + 1| = 7$$

*Lösung:*

$$|2n - 3| + 3|n + 1| = 7$$

$$|2n - 3| = 7 - 3|n + 1|$$

$$3 - 2n = 7 - 3(n + 1) \quad \text{oder} \quad 3 - 2n = 7 - 3(-n - 1) \quad \text{oder} \quad 2n - 3 = 7 - 3(n + 1) \quad \text{oder}$$

$$-2n + 3n = 7 - 6$$

$$n = 1$$

$$n = -\frac{7}{5}$$

$$n = \frac{7}{5}$$

$$n = -$$

$$\mathbb{L} = \{1\}$$

**Aufgabe 4.**

$$|4x - 3| + 2|x + 2| = 7$$

*Lösung:*

$$|4x - 3| + 2|x + 2| = 7$$

$$4x - 3 + 2(x + 2) = 7 \quad \text{oder} \quad 4x - 3 + 2(-x - 2) = 7 \quad \text{oder} \quad -4x + 3 + 2(x + 2) = 7 \quad \text{oder}$$

$$6x = 3 - 4 + 7$$

$$x = 1$$

$$x = 7$$

$$x = 0$$

$$x = -$$

$$\mathbb{L} = \{1; 0\}$$

**Aufgabe 5.**

$$|m^2 - 3m| = 0$$

*Lösung:*

$$m^2 - 3m = 0$$

$$m(m - 3) = 0$$

$$m = 0 \text{ oder } m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 3$$

### Level C

#### Aufgabe 1.

$$||c + 1| - 4| = 3$$

*Lösung:*

$$|c + 1| = 3 + 4 \quad \text{oder} \quad |c + 1| = -3 + 4$$

$$|c + 1| = 7 \quad |c + 1| = 1$$

$$c + 1 = 7 \text{ oder } c + 1 = -7 \quad c + 1 = 1 \text{ oder } c + 1 = -1$$

$$c = 6 \quad c = -8 \quad c = 0 \quad c = -2$$

#### Aufgabe 2.

$$|8 - |k - 2|| = 7$$

*Lösung:*

$$8 - |k - 2| = 7$$

$$8 - |k - 2| = 7 \quad \text{oder} \quad 8 - |k - 2| = -7$$

$$8 - 7 = |k - 2| \quad 8 + 7 = |k - 2|$$

$$|k - 2| = 1 \quad |k - 2| = 15$$

$$k - 2 = 1 \text{ oder } k - 2 = -1 \quad k - 2 = 15 \text{ oder } k - 2 = -15$$

$$k = 3 \quad k = 1 \quad k = 17 \quad k = -13$$

#### Aufgabe 3.

$$||4f + 4| - 5| = f$$

*Lösung:*

$$\begin{array}{llll} |4f + 4| - 5 = f & \text{oder} & |4f + 4| - 5 = -f & \\ |4f + 4| = f + 5 & & |4f + 4| = -f + 5 & \\ 4f + 4 = f + 5 \text{ oder } 4f + 4 = -f - 5 & & 4f + 4 = -f + 5 \text{ oder } 4f + 4 = f - 5 & \\ 3f = 1 & 5f = -9 & 5f = 1 & 3f = -9 \\ f = \frac{1}{3} & f = -\frac{9}{5} & f = \frac{1}{5} & f = -3 \\ \mathbb{L} = \{\frac{1}{3}; \frac{1}{5}\} \end{array}$$

#### Aufgabe 4.

$$||n + 4| - 5| = n + 7$$

*Lösung:*

$$\begin{array}{llll} |n + 4| - 5 = n + 7 & \text{oder} & |n + 4| - 5 = -n - 7 & \\ |n + 4| = n + 12 & \text{oder} & |n + 4| = -n - 2 & \\ n + 4 = n + 12 & \text{oder} & n + 4 = -n - 12 & \\ n + 4 = -n - 2 & \text{oder} & n + 4 = n + 2 & \\ 0 \neq 8 & 2n = -16 & 2n = -6 & 0 \neq -2 \\ n = -8; n = -3 & & & \\ \mathbb{L} = \{-3\} \end{array}$$

#### Aufgabe 5.

$$|||p - 5| - 5| - 5| = 5$$

*Lösung:*

$$\begin{array}{ll} |||p - 5| - 5| - 5 = 5 & \text{oder} \\ |||p - 5| - 5| - 5 = -5 & \\ ||p - 5| - 5| = 10 & \\ ||p - 5| - 5| = 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 |p-5| - 5 = 10 \text{ oder } |p-5| - 5 = -10 & |p-5| - 5 = 0 \\
 |p-5| = 15 & |p-5| = -5 & |p-5| = 5
 \end{array}$$

## 11 Lineare Gleichungssysteme

### 11.1 Übungen

Lösen Sie die Gleichungssysteme:

Level A

Aufgabe 1.

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ 3y - x = 7 \end{cases}$$

Aufgabe 2.

$$\begin{cases} a = 8 - b \\ 3b - a = 12 \end{cases}$$

Aufgabe 3.

$$\begin{cases} m - 2n = 4 \\ n - 3m = -2 \end{cases}$$

Aufgabe 4.

$$\begin{cases} 3p - r = 2 \\ p + 2r = 10 \end{cases}$$

Aufgabe 5.

$$\begin{cases} 3f + c = 7 \\ 9f - 4c = -7 \end{cases}$$

## Level B

### Aufgabe 1.

$$\begin{cases} 6(x + y) + 2 = x + 8y \\ 14 - 4(x - y) = x - 16y \end{cases}$$

### Aufgabe 2.

$$\begin{cases} 1 + 2(a - b) = 3a - 4b \\ 10 - 4(a + b) = 3b - 3a \end{cases}$$

### Aufgabe 3.

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(m + n) = 8 \\ \frac{1}{4}(m - 2n) = 4 \end{cases}$$

### Aufgabe 4.

$$\begin{cases} \frac{1}{6}(c + r) = 4 \\ \frac{1}{3}(c - r) = 8 \end{cases}$$

### Aufgabe 5.

$$\begin{cases} \frac{2a+1}{5} = \frac{f-1}{2} \\ 4a + 5f = 23 \end{cases}$$

## Level C

### Aufgabe 1.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ z - y = 6 \\ x - z = 7 \end{cases}$$

### Aufgabe 2.

$$\begin{cases} a + b + c = 9 \\ a + b - c = 7 \\ a - b = 2 \end{cases}$$

**Aufgabe 3.**

$$\begin{cases} m - n - k = 0 \\ m + n - k = 4 \\ m + n + k = 6 \end{cases}$$

**Aufgabe 4.**

$$\begin{cases} \frac{1}{p+c} + \frac{1}{p-c} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{p-c} - \frac{1}{p+c} = \frac{3}{8} \end{cases}$$

**Aufgabe 5.**

$$\begin{cases} \frac{f+1}{3m-4} = \frac{1}{2} \\ \frac{5m+f}{3m+11} = 1 \end{cases}$$

## 11.2 Lösung

Lösen Sie die Gleichungssysteme:

**Level A**

**Aufgabe 1.**

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ 3y - x = 7 \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{aligned}
& \begin{cases} x = y - 4 \\ 3y - (y - 4) = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y - 4 \\ 3y - y + 4 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y - 4 \\ 2y = 7 - 4 \end{cases} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \begin{cases} x = y - 4 \\ 2y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y - 4 \\ y = 1,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5 - 4 \\ y = 1,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2,5 \\ y = 1,5 \end{cases}
\end{aligned}$$

### Aufgabe 2.

$$\begin{cases} a = 8 - b \\ 3b - a = 12 \end{cases}$$

Lösung:

$$\begin{aligned}
& \begin{cases} a = 8 - b \\ 3b - (8 - b) = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 - b \\ 4b = 12 + 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 - b \\ 4b = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 - b \\ b = \frac{20}{4} \end{cases} \Rightarrow \\
& \begin{cases} a = 8 - 5 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \end{cases}
\end{aligned}$$

### Aufgabe 3.

$$\begin{cases} m - 2n = 4 \\ n - 3m = -2 \end{cases}$$

Lösung:

$$\begin{aligned}
& \begin{cases} m - 2n = 4 \\ n - 3m = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 4 + 2n \\ n - 3m = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 4 + 2n \\ n - 3(4 + 2n) = -2 \end{cases} \\
& \begin{cases} m = 4 + 2n \\ n - 12 - 6n = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 4 + 2n \\ -5n = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 4 + 2n \\ n = -2 \end{cases} \\
& \begin{cases} m = 4 - 4 \\ n = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ n = -2 \end{cases}
\end{aligned}$$

**Aufgabe 4.**

$$\begin{cases} 3p - r = 2 \\ p + 2r = 10 \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{aligned} &\begin{cases} 3p - r = 2 \\ p + 2r = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} 3p - r = 2 \\ p = 10 - 2r \end{cases} \quad \begin{cases} 3(10 - 2r) - r = 2 \\ p = 10 - 2r \end{cases} \\ &\begin{cases} 30 - 6r - r = 2 \\ p = 10 - 2r \end{cases} \quad \begin{cases} -7r = -28 \\ p = 10 - 2r \end{cases} \quad \begin{cases} r = 4 \\ p = 10 - 8 \end{cases} \quad \begin{cases} r = 4 \\ p = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

**Aufgabe 5.**

$$\begin{cases} 3f + c = 7 \\ 9f - 4c = -7 \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{aligned} &\begin{cases} 3f + c = 7 \\ 9f - 4c = -7 \end{cases} \quad \begin{cases} c = 7 - 3f \\ 9f - 4c = -7 \end{cases} \quad \begin{cases} c = 7 - 3f \\ 9f - 4(7 - 3f) = -7 \end{cases} \\ &\begin{cases} c = 7 - 3f \\ 9f - 28 + 12f = -7 \end{cases} \quad \begin{cases} c = 7 - 3f \\ 21f = -7 + 28 \end{cases} \quad \begin{cases} c = 7 - 3f \\ f = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} c = 4 \\ f = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

**Level B****Aufgabe 1.**

$$\begin{cases} 6(x + y) + 2 = x + 8y \\ 14 - 4(x - y) = x - 16y \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{aligned}
& \begin{cases} 6x + 6y + 2 = x + 8y \\ 14 - 4x + 4y = x - 16y \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 2y = -2 \\ 20y - 5x = -14 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 2y = -2 \\ -5x + 20y = -14 \end{cases} \\
& \quad \quad \quad + \\
& \begin{cases} 5x - 2y = -2 \\ 18y = -16 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 2y = -2 \\ y = -\frac{8}{9} \end{cases} \quad \begin{cases} 5x = -2 - \frac{16}{9} \\ y = -\frac{8}{9} \end{cases} \\
& \begin{cases} 5x = -\frac{34}{9} \\ y = -\frac{8}{9} \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{34}{45} \\ y = -\frac{8}{9} \end{cases}
\end{aligned}$$

**Aufgabe 2.**

$$\begin{cases} 1 + 2(a - b) = 3a - 4b \\ 10 - 4(a + b) = 3b - 3a \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{aligned}
& \begin{cases} 1 + 2a - 2b = 3a - 4b \\ 10 - 4a - 4b = 3b - 3a \end{cases} \quad \begin{cases} -a + 2b = -1 \\ -a - 7b = -10 \end{cases} \quad \begin{cases} 2b + 1 = a \\ 10 = a + 7b \end{cases} \\
& \begin{cases} 2b + 1 = a \\ 10 = 2b + 1 + 7b \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2b + 1 \\ 9b = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2b + 1 \\ b = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \end{cases}
\end{aligned}$$

**Aufgabe 3.**

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(m + n) = 8 \\ \frac{1}{4}(m - 2n) = 4 \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{aligned}
& \begin{cases} \frac{1}{2}m + \frac{1}{2}n = 8 \\ + \\ \frac{1}{4}m - \frac{1}{2}n = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{2}m + \frac{1}{2}n = 8 \\ \frac{3}{4}m = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{2}m + \frac{1}{2}n = 8 \\ m = \frac{12 \cdot 4}{3} \end{cases}
\end{aligned}$$

$$\begin{cases} 16 + n = 16 \\ m = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} n = 0 \\ m = 16 \end{cases}$$

**Aufgabe 4.**

$$\begin{cases} \frac{1}{6}(c+r) = 4 \\ \frac{1}{3}(c-r) = 8 \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x = 4 - y \\ (4 - y)^2 + y^2 = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 - y \\ 16 - 8y + y^2 + y^2 = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 - y \\ 2y^2 - 8y + 8 = 0 \end{cases} \\ &\begin{cases} x = 4 - y \\ y^2 - 4y + 4 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 - y \\ (y - 2)^2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 - y \\ y - 2 = 0 \end{cases} \\ &\begin{cases} x = 4 - 2 \\ y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

**Aufgabe 5.**

$$\begin{cases} \frac{2a+1}{5} = \frac{f-1}{2} \\ 4a + 5f = 23 \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{aligned} &\begin{cases} (2a+1) \cdot 2 = 5(f-1) \\ 4a + 5f = 23 \end{cases} \quad \begin{cases} 4a + 2 = 5f - 5 \\ 4a + 5f = 23 \end{cases} \quad \begin{cases} 4a - 5f = -7 \\ 4a + 5f = 23 \end{cases} \\ &\begin{cases} 4a - 5f = -7 \\ 8a = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} 4a - 5f = -7 \\ a = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 8 - 5f = -7 \\ a = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} f = 3 \\ a = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

**Level C**

**Aufgabe 1.**

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ z - y = 6 \\ x - z = 7 \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{cases} x = 5 - y \\ z = 6 + y \\ 5 - y - 6 - y = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5 - y \\ z = 6 + y \\ -2y = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5 - y \\ z = 6 - y \\ y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 \\ z = 2 \\ y = -4 \end{cases}$$

**Aufgabe 2.**

$$\begin{cases} a + b + c = 9 \\ a + b - c = 7 \\ a - b = 2 \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{cases} a + b + c = 9 \\ a + b - c = 7 \\ a = 2 + b \end{cases} \quad \begin{cases} 2 + 2b + c = 9 \\ 4 + 4b = 16 \\ a = 2 + b \end{cases} \quad \begin{cases} 2b + c = 7 \\ 4b = 12 \\ a = 2 + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 7 - 2b \\ b = 3 \\ a = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} c = 1 \\ b = 3 \\ a = 5 \end{cases}$$

**Aufgabe 3.**

$$\begin{cases} m - n - k = 0 \\ m + n - k = 4 \\ m + n + k = 6 \end{cases}$$

*Lösung:*

#### Aufgabe 4.

$$\begin{cases} \frac{1}{p+c} + \frac{1}{p-c} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{p-c} - \frac{1}{p+c} = \frac{3}{8} \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{cases} \frac{1}{p+c} + \frac{1}{p-c} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{p-c} - \frac{1}{p+c} = \frac{3}{8} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{p+c} + \frac{1}{p-c} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{p-c} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} p - c = 2 \\ \frac{2p}{p^2 - c^2} = \frac{5}{8} \end{cases}$$

$$\begin{cases} p = 2 + c \\ 16p = 5p^2 - 5c^2 \end{cases} \quad \begin{cases} p = 2 + c \\ 16(2 + c) = 5(2 + c)^2 - 5c^2 \quad (1) \end{cases}$$

$$\text{1) } 16(2 + c) = 5(2 + c)^2 - 5c^2$$

$$16(2 + c) = 20 + 20c + 5c^2 - 5c^2$$

$$32 + 16c = 20 + 20c \quad \begin{cases} p = 2 + c \\ c = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} p = 5 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$4c = 12$$

$$c = 3$$

#### Aufgabe 5.

$$\begin{cases} \frac{f+1}{3m-4} = \frac{1}{2} \\ \frac{5m+f}{3m+11} = 1 \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{array}{l}
\left\{ \begin{array}{l} 2(f+1) = 3m - 4 \\ 5m + f = 3m + 11 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 2f + 2 - 3m = -4 \\ 5m + f - 3m = 11 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 2f - 3m = -6 \\ 2m + f = 11 \end{array} \right. \\
\left\{ \begin{array}{l} f = 11 - 2m \\ 2(11 - 2m) - 3m = -6 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} f = 11 - 2m \\ 22 - 4m - 3m = -6 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} -7m = -6 - 22 \\ f = 11 - 2m \end{array} \right. \\
\left\{ \begin{array}{l} m = 4 \\ f = 11 - 8 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} m = 4 \\ f = 3 \end{array} \right.
\end{array}$$

## 12 Textaufgaben

### 12.1 Übungen

#### Level A

##### Aufgabe 1.

Addiert man zum Dreifachen einer Zahl 4 und multipliziert die Summe mit 5, so erhält man 125.

Wie heißt die Zahl?

##### Aufgabe 2.

Das neue Modell eines Smartphones ist 20% länger als das vorherige Modell und ist 14,4 cm lang. Welche Länge hat das vorherige Modell?

##### Aufgabe 3.

Sasha macht 150 Schritte jede 120 Meter. Wie viele Schritte würde er machen, wenn jeder sein Schritt 20 cm kürzer wäre?

##### Aufgabe 4.

Nicolas hat **2 Mal** so viel Geld wie Peter. Die beiden sind einkaufen gegangen und müssen genauso viel für ihre Einkäufe bezahlen. Nach dem Einkauf haben sie insgesamt **150**. Wie viel Geld hatte jeder vor dem Einkauf, wenn sie insgesamt für **90** eingekauft

haben?

### Aufgabe 5.

Alexander und Benedetta sind gemeinsam viermal so alt wie Benedetta. In 4 Jahren wird Alexander zweimal so alt wie Benedetta. Wie alt sind Alexander und Benedetta?

## 12.2 Lösung

### Level A

#### Aufgabe 1.

Addiert man zum Dreifachen einer Zahl 4 und multipliziert die Summe mit 5, so erhält man 125.

Wie heißt die Zahl?

*Lösung:*

$$(3x + 4) \cdot 5 = 125$$

$$15x = 105$$

$$x = 7$$

#### Aufgabe 2.

Das neue Modell eines Smartphones ist 20% länger als das vorherige Modell und ist 14,4 cm lang. Welche Länge hat das vorherige Modell?

*Lösung:*

$$x + 0,2x = 14,4$$

$$1,2x = 14,4$$

$$x = 12$$

#### Aufgabe 3.

Sasha macht 150 Schritte jede 120 Meter. Wie viele Schritte würde er machen, wenn jeder sein Schritt 20 cm kürzer wäre?

*Lösung:*

I.  $150x = 120 \rightarrow x = 0,8$  (0,8 Meter oder 80 cm)

II.1)  $0,8 - 0,2 = 0,6 \rightarrow 2) \frac{120}{0,6} = 200$

**Aufgabe 4.**

Nicolas hat **2 Mal** so viel Geld wie Peter. Die beiden sind einkaufen gegangen und müssen genauso viel für ihre Einkäufe bezahlen. Nach dem Einkauf haben sie insgesamt **150**. Wie viel Geld hatte jeder vor dem Einkauf, wenn sie insgesamt für **90** eingekauft haben?

*Lösung:*

$$x + 2x - 90 = 150$$

$$3x = 240$$

$$x = 80 \Rightarrow 2x = 160$$

Peter: 80

Nicolas: 160

**Aufgabe 5.**

Alexander und Benedetta sind gemeinsam viermal so alt wie Benedetta. In 4 Jahren wird Alexander zweimal so alt wie Benedetta. Wie alt sind Alexander und Benedetta?

*Lösung:*

$$\begin{cases} A + B = 4B \\ A + 4 = 2(B + 4) \end{cases} \quad \begin{cases} A = 3B \\ 3B + 4 = 2B + 8 \end{cases} \quad \begin{cases} A = 3B \\ B = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} A = 12 \\ B = 4 \end{cases}$$

**Alexander: 12**

**Benedetta: 4**