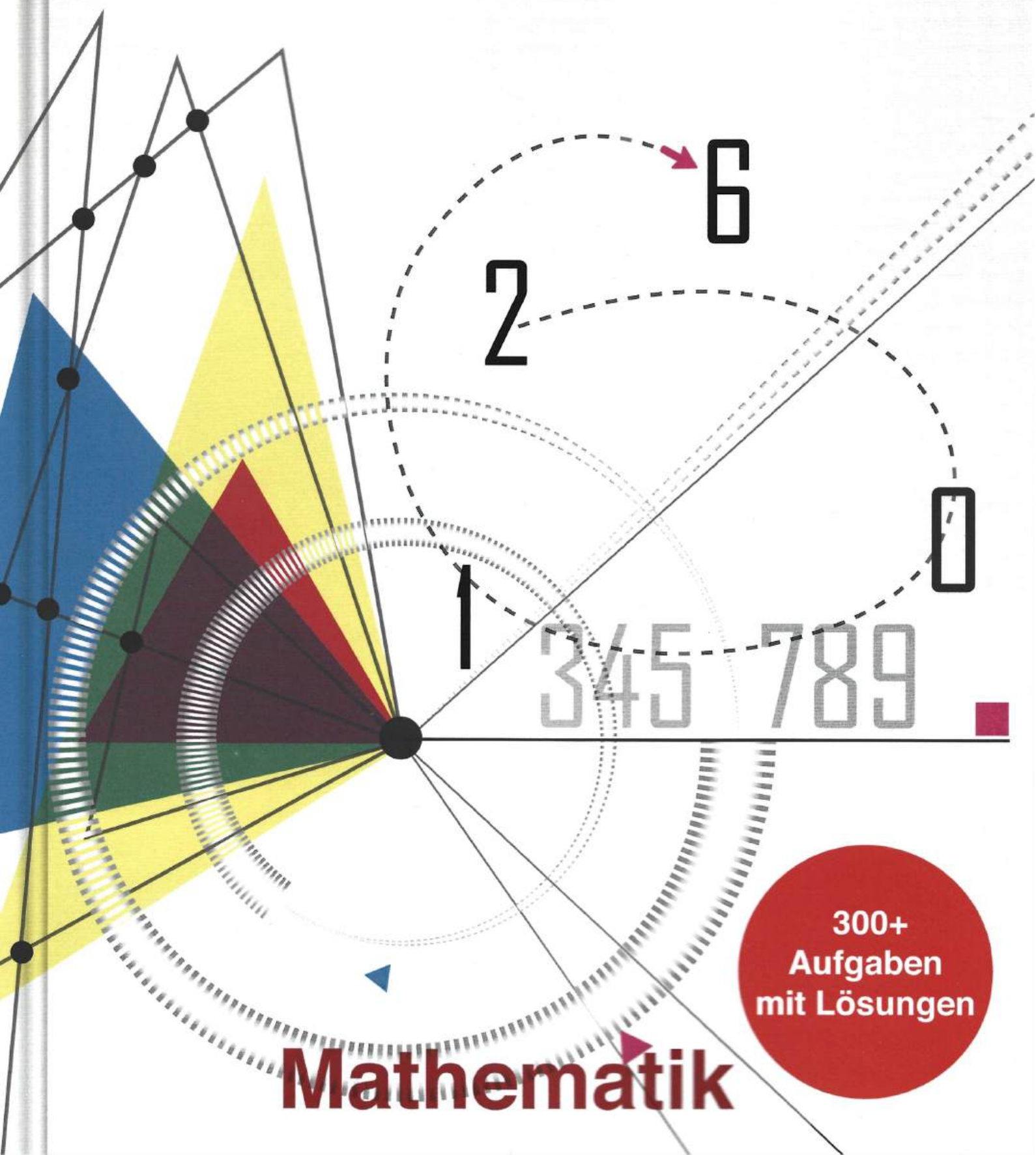


# Studienkolleg

Vorbereitung für Aufnahmetest



# Mathematik

300+  
Aufgaben  
mit Lösungen

# Inhaltsverzeichnis

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1 Rechnen mit Termen &amp; Faktorisieren (Ausklammern)</b> | <b>4</b>  |
| 1.1 Übungen . . . . .   | 4         |
| <b>2 Binomische Formeln</b>                                   | <b>5</b>  |
| 2.1 Übungen . . . . .   | 5         |
| 2.2 Lösung . . . . .  | 6         |
| <b>3 Bruchrechnung</b>  | <b>9</b>  |
| 3.1 Übungen . . . . .   | 9         |
| 3.2 Lösung . . . . .  | 11        |
| <b>4 Potenzen</b>   | <b>13</b> |
| 4.1 Übungen . . . . .   | 13        |
| 4.2 Lösung . . . . .  | 15        |
| <b>5 Wurzelrechnung</b>                                       | <b>17</b> |
| 5.1 Übungen . . . . .   | 17        |
| 5.2 Lösung . . . . .  | 19        |
| <b>6 Logarithmen</b>  | <b>22</b> |
| 6.1 Übungen . . . . .   | 22        |
| 6.2 Lösung . . . . .  | 23        |
| <b>7 Mengenlehre</b>  | <b>26</b> |
| 7.1 Übungen . . . . .   | 26        |
| 7.2 Lösung . . . . .  | 28        |
| <b>8 Zahlenmengen</b>   | <b>30</b> |
| 8.1 Übungen . . . . .   | 30        |

|                                     |           |
|-------------------------------------|-----------|
| 8.2 Lösung . . . . .                | 31        |
| <b>9 Lineare Gleichungen</b>        | <b>33</b> |
| 9.1 Übungen . . . . .               | 33        |
| 9.2 Lösung . . . . .                | 34        |
| <b>10 Betragsgleichungen</b>        | <b>40</b> |
| 10.1 Übungen . . . . .              | 40        |
| 10.2 Lösung . . . . .               | 41        |
| <b>11 Lineare Gleichungssysteme</b> | <b>47</b> |
| 11.1 Übungen . . . . .              | 47        |
| 11.2 Lösung . . . . .               | 49        |
| <b>12 Textaufgaben</b>              | <b>56</b> |
| 12.1 Übungen . . . . .              | 56        |
| 12.2 Lösung . . . . .               | 57        |
| <b>13 Quadratische Gleichungen</b>  | <b>59</b> |
| 13.1 Übungen . . . . .              | 59        |
| 13.2 Lösung . . . . .               | 60        |
| <b>14 Polynomgleichungen</b>        | <b>67</b> |
| <b>15 Exponentialgleichungen</b>    | <b>67</b> |
| 15.1 Übungen . . . . .              | 67        |
| 15.2 Lösung . . . . .               | 68        |
| <b>16 Logarithmusgleichungen</b>    | <b>76</b> |
| 16.1 Übungen . . . . .              | 76        |
| 16.2 Lösung . . . . .               | 77        |

|                                   |            |
|-----------------------------------|------------|
| <b>17 Ungleichungen</b>           | <b>85</b>  |
| 17.1 Übungen . . . . .            | 85         |
| 17.2 Lösung . . . . .             | 86         |
| <b>18 Betragsungleichungen</b>    | <b>91</b>  |
| 18.1 Übungen . . . . .            | 91         |
| 18.2 Lösung . . . . .             | 92         |
| <b>19 Lineare Funktionen</b>      | <b>97</b>  |
| 19.1 Übungen . . . . .            | 97         |
| 19.2 Lösung . . . . .             | 99         |
| <b>20 Quadratische Funktionen</b> | <b>103</b> |
| 20.1 Übungen . . . . .            | 103        |
| 20.2 Lösung . . . . .             | 104        |
| <b>21 Potenzfunktionen</b>        | <b>106</b> |
| 21.1 Übungen . . . . .            | 106        |
| 21.2 Lösung . . . . .             | 107        |

# 1 Rechnen mit Termen & Faktorisieren (Ausklammern)

## 1.1 Übungen

Vereinfachen/Berechnen Sie:

**Aufgabe 1.**

$$6ab + 35a + 73b = 6b + 5ab + 7a$$

**Aufgabe 2.**

$$b(3c + 4ac) = 15abc - 44bc$$

**Aufgabe 3.**

$$37a + 34ab - 3 = 47a - 15$$

**Aufgabe 4.**

$$15a(24k - 21n) = 18ak + 2a + 4an$$

**Aufgabe 5.**

$$5n(18bc + 4k) = 47kn - 4n$$

**Aufgabe 6.**

$$(x - y)(5b + c) + (x - y)(6b - c)$$

**Aufgabe 7.**

$$(f + 5a)(c - 4) + (6a - 3f)(-c)$$

**Aufgabe 8.**

$$(a + 3c) + 47(3c + a)(67.4c)$$

**Aufgabe 9.**

$$2.3(c + 2ab + ac) = 5ab - 1.3c$$

**Aufgabe 10.**

$$47k + 44r - (k + 5.3r + kr)$$

**Aufgabe 11.**

$$3k(k + \frac{1}{3}k + 47 = 45k(\frac{1}{5}c + 3)$$

**Aufgabe 12.**

$$\frac{1}{2}b(2b + 4a) = 5.5(2b + ab)$$

**Aufgabe 13.**

$$(f + n)(5.7c - 4.3c^2) - (f + n)(5.7c - 4.3c^2)$$

**Aufgabe 14.**

$$2.8x(4.7y + 7.3x - 5) = -1.3x$$

**Aufgabe 15.**

$$7.5(f + u) + 47uf = 3(u + f)$$

## 2 Binomische Formeln

### 2.1 Übungen

Vereinfachen/Berechnen Sie:

**Level A**

**Aufgabe 1.**

$$(1 + 2x^2)^2$$

**Aufgabe 2.**

$$(4b + 6a)^2$$

**Aufgabe 3.**

$$(7f + 8k)(8k - 7f)$$

**Aufgabe 4.**

$$144 - 9c^2$$

**Aufgabe 5.**

$$36b^2 + 1 + 12b$$

## Level B

### Aufgabe 1.

$$(k^2y + ky^2)(k^2y - ky^2)$$

### Aufgabe 2.

$$\left(\frac{5}{7}mn + \frac{2}{3}m^2\right)^2$$

### Aufgabe 3.

$$\left(4a^2 - \frac{1}{2}b^3\right)^2$$

### Aufgabe 4.

$$(6x^2 + 0,1)^2$$

### Aufgabe 5.

$$(8f^4 + 7m)(7m - 8f^4)$$

## Level C

### Aufgabe 1.

$$(4a^2b + 7ab^2)(4a^2b - 7ab^2)$$

### Aufgabe 2.

$$\left(a^7 + \frac{7}{8}ax^4\right)^2$$

### Aufgabe 3.

$$\left(\frac{3}{4}m^3f^4 - m^5\right)^2$$

### Aufgabe 4.

$$\left(b^{n+1} - \frac{1}{3}b^{n-1}a^5\right)^2$$

### Aufgabe 5.

$$\left(\frac{1}{4}x^{n-2}y^4 + x^{n+2}\right)^2$$

## 2.2 Lösung

Vereinfachen/Berechnen Sie:

## Level A

### Aufgabe 1.

$$(1 + 2x^2)^2$$

*Lösung:*

$$(1 + 2x^2)^2 = 1 + 4x^2 + 4x^4$$

### Aufgabe 2.

$$(4b + 6a)^2$$

*Lösung:*

$$(4b + 6a)^2 = 16b^2 + 48ab + 36a^2$$

### Aufgabe 3.

$$(7f + 8k)(8k - 7f)$$

*Lösung:*

$$(8k + 7f)(8k - 7f) = 64k^2 - 49f^2$$

### Aufgabe 4.

$$144 - 9c^2$$

*Lösung:*

$$144 - 9c^2 = (12 + 3c)(12 - 3c)$$

### Aufgabe 5.

$$36b^2 + 1 + 12b$$

*Lösung:*

$$36b^2 + 1 + 12b = (6b + 1)^2$$

## Level B

### Aufgabe 1.

$$(k^2y + ky^2)(k^2y - ky^2)$$

*Lösung:*

$$(k^2y + ky^2)(k^2y - ky^2) = k^4y^2 - k^2y^4$$

### Aufgabe 2.

$$\left(\frac{5}{7}mn + \frac{2}{3}m^2\right)^2$$

*Lösung:*

$$\left(\frac{5}{7}mn + \frac{2}{3}m^2\right)^2 = \frac{25}{49}m^2n^2 + \frac{20}{21}m^3n + \frac{4}{9}m^4$$

### Aufgabe 3.

$$\left(4a^2 - \frac{1}{2}b^3\right)^2$$

*Lösung:*

$$\left(4a^2 - \frac{1}{2}b^3\right)^2 = 16a^4 - 4a^2b^3 + \frac{1}{4}b^6$$

### Aufgabe 4.

$$(6x^2 + 0,1)^2$$

*Lösung:*

$$(6x^2 + 0,1)^2 = 36x^4 + 1,2x^2 + 0,01$$

### Aufgabe 5.

$$(8f^4 + 7m)(7m - 8f^4)$$

*Lösung:*

$$(7m + 8f^4)(7m - 8f^4) = 49m^2 - 64f^8$$

### Level C

#### Aufgabe 1.

$$(4a^2b + 7ab^2)(4a^2b - 7ab^2)$$

*Lösung:*

$$(4a^2b + 7ab^2)(4a^2b - 7ab^2) = 16a^4b^2 - 49a^2b^4$$

#### Aufgabe 2.

$$\left(a^7 + \frac{7}{8}ax^4\right)^2$$

*Lösung:*

$$\left(a^7 + \frac{7}{8}ax^4\right)^2 = a^{14} + \frac{7}{4}a^8x^4 + \frac{49}{64}a^2x^8$$

#### Aufgabe 3.

$$\left(\frac{3}{4}m^3f^4 - m^5\right)^2$$

Lösung:

$$\left(\frac{3}{4}m^3f^4 - m^5\right)^2 = \frac{9}{16}m^6f^8 - \frac{3}{2}m^8f^4 + m^{10}$$

**Aufgabe 4.**

$$\left(b^{n+1} - \frac{1}{3}b^{n-1}a^5\right)^2$$

Lösung:

$$\left(b^{n+1} - \frac{1}{3}b^{n-1}a^5\right)^2 = b^{2n+2} - \frac{2}{3}b^{2n}a^5 + \frac{1}{9}b^{2n-2}a^{10}$$

**Aufgabe 5.**

$$\left(\frac{1}{4}x^{n-2}y^4 + x^{n+2}\right)^2$$

Lösung:

$$\left(\frac{1}{4}x^{n-2}y^4 + x^{n+2}\right)^2 = \frac{1}{16}x^{2n-4}y^8 + \frac{1}{2}x^{2n}y^4 + x^{2n+4}$$

## 3 Bruchrechnung

### 3.1 Übungen

Vereinfachen/Berechnen Sie:

Level A

**Aufgabe 1.**

$$\left(\frac{4x}{x-3} + \frac{12}{3-x}\right) * \frac{x^2}{4}$$

**Aufgabe 2.**

$$\left(\frac{y^2}{y-c} + \frac{c^2}{c-y}\right) * \frac{y^2}{y+c}$$

**Aufgabe 3.**

$$\frac{2m-2n}{n} * \frac{3n^2}{m^2-n^2}$$

**Aufgabe 4.**

$$\frac{u^2+uv}{5u^2} * \frac{u}{3u+3v}$$

### Aufgabe 5.

$$\frac{3k-7}{9} - \frac{4k-1}{6}$$

### Level B

#### Aufgabe 1.

$$\left(\frac{x}{x^2-xy} - \frac{y}{x^2-xy}\right) * \frac{xy}{y-x}$$

#### Aufgabe 2.

$$\left(\frac{ab}{a^2-b^2} + \frac{b}{2b-2a}\right) * \frac{a^2-b^2}{2b}$$

#### Aufgabe 3.

$$\frac{(x+3)^2}{2x-4} * \frac{x^2-4}{3x+9}$$

#### Aufgabe 4.

$$\frac{16-8a+a^2}{32} : \frac{a^2-16}{2a+8}$$

#### Aufgabe 5.

$$\frac{4-m^2}{10+5m} * \frac{25}{m^2-4m+4}$$

### Level C

#### Aufgabe 1.

$$\left(f - \frac{6f-4}{f+2}\right) * \frac{f+2}{f^2-2f}$$

#### Aufgabe 2.

$$\left(\frac{3}{c-4} + \frac{4c-6}{c^2-3c-4} + \frac{2c}{c+1}\right) * \frac{c}{2c-3}$$

#### Aufgabe 3.

$$\left(\frac{2}{x-2} + \frac{3x-21}{x^2+x-6} + \frac{2x}{x+3}\right) * \frac{x}{2x-5}$$

#### Aufgabe 4.

$$\left(\frac{y}{y^2-2y+1} - \frac{y+2}{y^2+y-2}\right) : \frac{1}{(2y-2)^2}$$

#### Aufgabe 5.

$$\left(\frac{r+2}{r^2-r-6} - \frac{r}{r^2-6r+9}\right) * (2r-6)^2$$

## 3.2 Lösung

Vereinfachen/Berechnen Sie:

Level A

Aufgabe 1.

$$\left(\frac{4x}{x-3} + \frac{12}{3-x}\right) * \frac{x^2}{4}$$

Lösung:

$$\left(\frac{4x}{x-3} + \frac{12}{3-x}\right) * \frac{x^2}{4} = \left(\frac{4x}{x-3} - \frac{12}{x-3}\right) * \frac{x^2}{4} = \frac{4x-12}{x-3} * \frac{x^2}{4} = \frac{4(x-3)}{(x-3)} * \frac{x^2}{4} = x^2$$

Aufgabe 2.

$$\left(\frac{y^2}{y-c} + \frac{c^2}{c-y}\right) * \frac{y^2}{y+c}$$

Lösung:

$$\left(\frac{y^2}{y-c} + \frac{c^2}{c-y}\right) * \frac{y^2}{y+c} = \frac{y^2-c^2}{y-c} * \frac{y^2}{y+c} = \frac{(y-c)(y+c)}{y-c} * \frac{y^2}{y+c} = y^2$$

Aufgabe 3.

$$\frac{2m-2n}{n} * \frac{3n^2}{m^2-n^2}$$

Lösung:

$$\frac{2(m-n)}{n} * \frac{3n^2}{(m-n)(m+n)} = \frac{2}{1} * \frac{3n}{(m+n)} = \frac{6n}{m+n}$$

Aufgabe 4.

$$\frac{u^2+uv}{5u^2} * \frac{u}{3u+3v}$$

Lösung:

$$\frac{u(u+v)}{5u*3(u+v)} = \frac{1}{15}$$

Aufgabe 5.

$$\frac{3k-7}{9} - \frac{4k-1}{6}$$

Lösung:

$$\frac{2(3k-7)-3(4k-1)}{18} = \frac{6k-14-12k+3}{18} = \frac{-6k-11}{18}$$

Level B

Aufgabe 1.

$$\left(\frac{x}{x^2-xy} - \frac{y}{x^2-xy}\right) * \frac{xy}{y-x}$$

Lösung:

$$\frac{x-y}{x^2-xy} * \frac{xy}{y-x} = \frac{x-y}{x(x-y)} * \frac{xy}{y-x} = \frac{y}{y-x}$$

### Aufgabe 2.

$$\left(\frac{ab}{a^2-b^2} + \frac{b}{2b-2a}\right) * \frac{a^2-b^2}{2b}$$

Lösung:

$$\left(\frac{ab}{(a-b)(a+b)} + \frac{b}{2(b-a)}\right) * \frac{a^2-b^2}{2b} = \left(\frac{ab}{(a-b)(a+b)} - \frac{b}{2(a-b)}\right) * \frac{a^2-b^2}{2b} = \left(\frac{2ab-b(a+b)}{2(a-b)(a+b)}\right) * \frac{a^2-b^2}{2b} = \frac{ab-b^2}{4b} * \frac{b(a-b)}{4b} = \frac{a-b}{4}$$

### Aufgabe 3.

$$\frac{(x+3)^2}{2x-4} * \frac{x^2-4}{3x+9}$$

Lösung:

$$\frac{(x+3)^2}{2(x-2)} * \frac{x^2-2^2}{3(x+3)} = \frac{(x+3)}{2(x-2)} * \frac{(x-2)(x+2)}{3} = \frac{(x+3)(x+2)}{6} = \frac{x^2+2x+3x+6}{6} = \frac{x^2+5x+6}{6}$$

### Aufgabe 4.

$$\frac{16-8a+a^2}{32} : \frac{a^2-16}{2a+8}$$

Lösung:

$$\frac{16-8a+a^2}{32} : \frac{a^2-16}{2a+8} = \frac{(4-a)^2}{32} * \frac{2(a+4)}{(a-4)(a+4)} = \frac{-(4-a)^2}{16(4-a)} = -\frac{4-a}{16}$$

### Aufgabe 5.

$$\frac{4-m^2}{10+5m} * \frac{25}{m^2-4m+4}$$

Lösung:

$$\frac{2^2-m^2}{5(2+m)} * \frac{25}{(m-2)^2} = \frac{(2-m)(2+m)}{(2+m)} * \frac{5}{(m-2)^2} = -\frac{(m-2)*5}{(m-2)^2} = -\frac{5}{m-2} = \frac{5}{2-m}$$

## Level C

### Aufgabe 1.

$$\left(f - \frac{6f-4}{f+2}\right) * \frac{f+2}{f^2-2f}$$

Lösung:

$$\left(\frac{f(f+2)}{f+2} - \frac{6f-4}{f+2}\right) * \frac{f+2}{f(f-2)} = \left(\frac{f^2+2f-6f+4}{f+2}\right) * \frac{f+2}{f(f-2)} = \frac{f^2-4f+4}{f+2} * \frac{f+2}{f(f-2)} = \frac{(f-2)^2}{f(f-2)} = \frac{f-2}{f}$$

### Aufgabe 2.

$$\left(\frac{3}{c-4} + \frac{4c-6}{c^2-3c-4} + \frac{2c}{c+1}\right) * \frac{c}{2c-3}$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{c-4} + \frac{4c-6}{c^2-4c+c-4} + \frac{2c}{c+1}\right) * \frac{c}{2c-3} &= \left(\frac{3}{c-4} + \frac{4c-6}{(c+1)(c-4)} + \frac{2c}{c+1}\right) * \frac{c}{2c-3} = \frac{3(c+1)+4c-6+2c(c-4)}{(c+1)(c-4)} * \frac{c}{2c-3} = \\ \frac{3c+3+4c-6+2c^2-8c}{(c+1)(c-4)} * \frac{c}{2c-3} &= \frac{2c^2-c-3}{(c+1)(c-4)} * \frac{c}{2c-3} = \frac{(c+1)(2c-3)}{(c+1)(c-4)} * \frac{c}{2c-3} = \frac{c}{c-4} \end{aligned}$$

**Aufgabe 3.**

$$\left(\frac{2}{x-2} + \frac{3x-21}{x^2+x-6} + \frac{2x}{x+3}\right) * \frac{x}{2x-5}$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{x-2} + \frac{3x-21}{(x+3)(x-2)} + \frac{2x}{x+3}\right) * \frac{x}{2x-5} &= \frac{2(x+3)+3x-21+2x(x-2)}{(x+3)(x-2)} * \frac{x}{2x-5} = \frac{2x+6+3x-21+2x^2-4x}{(x+3)(x-2)} * \frac{x}{2x-5} = \\ \frac{2x^2+x-15}{(x+3)(x-2)} * \frac{x}{2x-5} &= \frac{(x+3)(2x-5)}{(x+3)(x-2)} * \frac{x}{2x-5} = \frac{x}{x-2} \end{aligned}$$

**Aufgabe 4.**

$$\left(\frac{y}{y^2-2y+1} - \frac{y+2}{y^2+y-2}\right) : \frac{1}{(2y-2)^2}$$

Lösung:

$$\left(\frac{y}{(y-1)^2} - \frac{y+2}{(y+2)(y-1)}\right) : \frac{1}{(2y-2)^2} = \frac{y-(y-1)}{(y-1)^2} * \frac{4(y-1)^2}{1} = 4(y-y+1) = 4$$

**Aufgabe 5.**

$$\left(\frac{r+2}{r^2-r-6} - \frac{r}{r^2-6r+9}\right) * (2r-6)^2$$

Lösung:

$$\left(\frac{r+2}{(r-3)(r+2)} - \frac{r}{(r-3)^2}\right) * (2r-6)^2 = \frac{r-3-r}{(r-3)^2} * \frac{4(r-3)^2}{1} = 4 * (-3) = -12$$

## 4 Potenzen

### 4.1 Übungen

Vereinfachen/Berechnen Sie:

Level A

Aufgabe 1.

$$a^{-3} * a^4 : (-a)^{-5}$$

### Aufgabe 2.

$$m^{-3,5} : (m^4)^{3,5} * m^{\frac{1}{5}}$$

### Aufgabe 3.

$$\frac{f^5 * f^{-10}}{f^{-13}}$$

### Aufgabe 4.

$$(c^{0,8})^8 * (c^{0,5})^{-8} : (c^{-1,3})^{-2}$$

### Aufgabe 5.

$$\frac{(b^3)^{4,3} * b^5}{(b^{3,2})^5}$$

### Level B

#### Aufgabe 1.

$$(b^{-5} + b^{-4} + b^{-3}) : b^{-3} - (b^{-1} - 1)^2$$

#### Aufgabe 2.

$$\frac{y^{-8} + y^{-6} + y^{-4}}{y^4 + y^6 + y^8}$$

#### Aufgabe 3.

$$\frac{n^{-2} - m^{-2}}{n^{-1} + m^{-1}} : \frac{n^{-1} * m^{-1}}{(m-n)^{-1}}$$

#### Aufgabe 4.

$$\frac{f^{-2} + f^{-1}u^{-1} + u^{-2}}{f^{-3} - u^{-3}} : \frac{(u-f)^{-1}}{(fu)^{-2}}$$

#### Aufgabe 5.

$$\frac{a^5 + a^7 + a^9}{a^{-9} + a^{-7} + a^{-5}}$$

### Level C

#### Aufgabe 1.

$$\frac{x^3 y^{-1}}{x y^{-1} + x^{-1} y} * \left(\frac{x^2 - y^2}{x y}\right)^{-1}$$

#### Aufgabe 2.

$$\frac{(mn - 3 - m^{-3}n)^{-1} * (m^{-2} + n^{-2})}{(m^{-2} - n^{-2})^{-1}}$$

#### Aufgabe 3.

$$(2c^{-2} + 3k^{-3}) \left(\frac{c^{-2}}{2^{-1}} - \frac{1}{3^{-1}k^3}\right) \left(\frac{4}{c^4} + \frac{k^{-6}}{3^{-2}}\right)$$

#### Aufgabe 4.

$$\frac{(a^3b^{-1})^{\frac{1}{2}} - (a^{-1}b^3)^{\frac{1}{2}}}{(ab^{-1})^{\frac{1}{2}} - (a^{-1}b)^{\frac{1}{2}}}$$

#### Aufgabe 5.

$$\frac{u^{\frac{3}{4}}v^{-\frac{1}{4}} - u^{-\frac{1}{4}}v^{\frac{3}{4}}}{u^{\frac{1}{4}}v^{-\frac{1}{4}} + u^{-\frac{1}{4}}v^{\frac{1}{4}}}$$

## 4.2 Lösung

Vereinfachen/Berechnen Sie:

### Level A

#### Aufgabe 1.

$$a^{-3} * a^4 : (-a)^{-5}$$

Lösung:

$$a^{-3} * a^4 : (-a)^{-5} = a^1 * (-a^5)$$

#### Aufgabe 2.

$$m^{-3,5} : (m^4)^{3,5} * m^{\frac{1}{5}}$$

Lösung:

$$m^{-3,5} : (m^4)^{3,5} * m^{\frac{1}{5}} = m^{-3,5-14+\frac{1}{5}} = m^{-17,5+\frac{1}{5}} = m^{-17,5+0,2} = m^{-17,3}$$

#### Aufgabe 3.

$$\frac{f^5 * f^{-10}}{f^{-13}}$$

Lösung:

$$\frac{f^5 * f^{-10}}{f^{-13}} = f^{5+(-10)-(-13)} = f^{-5+13} = f^8$$

#### Aufgabe 4.

$$(c^{0,8})^8 * (c^{0,5})^{-8} : (c^{-1,3})^{-2}$$

Lösung:

$$c^{0,8*8} * c^{0,5*(-8)} : c^{-1,3*(-2)} = c^{6,4} * c^{-4} : c^{2,6} = c^{-0,2}$$

#### Aufgabe 5.

$$\frac{(b^3)^{4,3} * b^5}{(b^{3,2})^5}$$

Lösung:

$$b^{12,9} * b^5 : b^{16} = b^{12,9+5-16} = b^{1,9}$$

Level B

Aufgabe 1.

$$(b^{-5} + b^{-4} + b^{-3}) : b^{-3} - (b^{-1} - 1)^2$$

Lösung:

$$\left(\frac{b^{-5}}{b^{-3}} + \frac{b^{-4}}{b^{-3}} + \frac{b^{-3}}{b^{-3}}\right) - ((b^{-1})^2 - 2b^{-1} + 1^2) = (b^{-2} + b^{-1} + 1) - (b^{-2} - 2b^{-1} + 1) = b^{-2} + b^{-1} + 1 - b^{-2} + 2b^{-1} - 1 = 3b^{-1} = \frac{3}{b}$$

Aufgabe 2.

$$\frac{y^{-8} + y^{-6} + y^{-4}}{y^4 + y^6 + y^8}$$

Lösung:

$$\frac{\frac{1}{y^8} + \frac{1}{y^6} + \frac{1}{y^4}}{y^4 + y^6 + y^8} = \frac{\frac{1+y^2+y^4}{y^8}}{y^4(1+y^2+y^4)} = \frac{1}{y^{12}} = y^{-12}$$

Aufgabe 3.

$$\frac{n^{-2} - m^{-2}}{n^{-1} + m^{-1}} : \frac{n^{-1} * m^{-1}}{(m-n)^{-1}}$$

Lösung:

$$\frac{\frac{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}}{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} * \frac{\frac{1}{n} * \frac{1}{m}}{\frac{1}{n} * \frac{1}{m}}}{\frac{(n^{-1} * m^{-1})}{(m-n)^{-1}}} = \frac{\left(\frac{\frac{1}{n} - \frac{1}{m}}{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}\right) * \frac{1}{\frac{1}{nm}}}{\frac{1}{m-n}} = \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{m}\right) * \frac{nm}{m-n} = \frac{(m-n)}{mn} * \frac{(nm)}{(m-n)} = 1$$

Aufgabe 4.

$$\frac{f^{-2} + f^{-1}u^{-1} + u^{-2}}{f^{-3} - u^{-3}} : \frac{(u-f)^{-1}}{(fu)^{-2}}$$

Lösung:

$$\frac{(f^{-2} + f^{-1}u^{-1} + u^{-2})}{(f^{-1} - u^{-1})(f^{-2} + f^{-1}u^{-1} + u^{-2})} * \frac{(fu)^{-2}}{(u-f)^{-1}} = \frac{1}{f^{-1} - u^{-1}} * \frac{u-f}{fu^2} = \frac{1}{\frac{u-f}{fu}} * \frac{u-f}{fu^2} = \frac{fu}{u-f} * \frac{u-f}{fu^2} = \frac{1}{fu}$$

Aufgabe 5.

$$\frac{a^5 + a^7 + a^9}{a^{-9} + a^{-7} + a^{-5}}$$

Lösung:

$$\frac{a^5 + a^7 + a^9}{a^{-9} + a^{-7} + a^{-5}} = \frac{a^5 + a^7 + a^9}{\frac{1}{a^9} + \frac{1}{a^7} + \frac{1}{a^5}} = \frac{a^5 + a^7 + a^9}{\frac{1+a^2+a^4}{a^9}} = \frac{a^5(1+a^2+a^4)}{(1+a^2+a^4)} * a^9 = a^5 * a^9 = a^{14}$$

Level C

### Aufgabe 1.

$$\frac{x^3 y^{-1}}{xy^{-1} + x^{-1}y} * \left(\frac{x^2 - y^2}{xy}\right)^{-1}$$

Lösung:

$$\frac{\frac{x^3}{y} - \frac{y^3}{x}}{\frac{x}{y} + \frac{y}{x}} * \frac{xy}{x^2 - y^2} = \frac{\frac{x^4 - y^4}{yx}}{\frac{x^2 + y^2}{yx}} * \frac{xy}{x^2 - y^2} = \frac{(x^4 - y^4) * yx}{yx(x^2 + y^2)} * \frac{xy}{x^2 - y^2} = \frac{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} * \frac{xy}{(x^2 - y^2)} = xy$$

### Aufgabe 2.

$$\frac{(mn - 3 - m^{-3}n)^{-1} * (m^{-2} + n^{-2})}{(m^{-2} - n^{-2})^{-1}}$$

Lösung:

$$\frac{\left(\frac{m}{n^3} - \frac{n}{m^3}\right)^{-1} * \left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2}\right)}{\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)^{-1}} = \frac{(m^{-2} - n^{-2})(m^{-2} + n^{-2})}{\frac{m^4 - n^4}{n^3 m^3}} = \frac{m^{-4} - n^{-4}}{m^4 - n^4} * n^3 m^3 = n^3 m^3$$

### Aufgabe 3.

$$(2c^{-2} + 3k^{-3})\left(\frac{c^{-2}}{2^{-1}} - \frac{1}{3^{-1}k^3}\right)\left(\frac{4}{c^4} + \frac{k^{-6}}{3^{-2}}\right)$$

Lösung:

$$\left(\frac{2}{c^2} + \frac{3}{k^3}\right) * \left(\frac{2}{c^2} - \frac{3}{k^3}\right) * \left(\frac{4}{c^4} + \frac{3^2}{k^6}\right) = \left(\frac{4}{c^4} - \frac{9}{k^6}\right)\left(\frac{4}{c^4} + \frac{9}{k^6}\right)$$

### Aufgabe 4.

$$\frac{(a^3 b^{-1})^{\frac{1}{2}} - (a^{-1} b^3)^{\frac{1}{2}}}{(ab^{-1})^{\frac{1}{2}} - (a^{-1}b)^{\frac{1}{2}}}$$

Lösung:

$$\frac{\left(\frac{a^3}{b}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{b^3}{a}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{a^3 \sqrt{2}}{b^{\frac{3}{2}}} - \frac{b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{3}{2}}}}{\frac{a^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}} - \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}}} = \frac{\frac{a^2 - b^2}{a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{3}{2}}}}{\frac{a - b}{a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}}}} = \frac{a^2 - b^2}{a - b} = \frac{(a - b)(a + b)}{(a - b)} = a + b$$

### Aufgabe 5.

$$\frac{u^{\frac{3}{4}} v^{-\frac{1}{4}} - u^{-\frac{1}{4}} v^{\frac{3}{4}}}{u^{\frac{1}{4}} v^{-\frac{1}{4}} + u^{-\frac{1}{4}} v^{\frac{1}{4}}}$$

Lösung:

$$\frac{\frac{u^{\frac{3}{4}}}{v^{\frac{1}{4}}} - \frac{v^{\frac{3}{4}}}{u^{\frac{1}{4}}}}{\frac{u^{\frac{1}{4}}}{v^{\frac{1}{4}}} + \frac{v^{\frac{1}{4}}}{u^{\frac{1}{4}}}} = \frac{\frac{u - v}{u^{\frac{1}{4}} v^{\frac{1}{4}}}}{\frac{u^{\frac{1}{2}} + v^{\frac{1}{2}}}{u^{\frac{1}{4}} v^{\frac{1}{4}}}} = \frac{u - v}{u^{\frac{1}{2}} + v^{\frac{1}{2}}} = \frac{(u^{\frac{1}{2}} - v^{\frac{1}{2}})(u^{\frac{1}{2}} + v^{\frac{1}{2}})}{(u^{\frac{1}{2}} + v^{\frac{1}{2}})} = u^{\frac{1}{2}} - v^{\frac{1}{2}}$$

## 5 Wurzelrechnung

### 5.1 Übungen

Vereinfachen/Berechnen Sie:

## Level A

### Aufgabe 1.

$$5\sqrt{2} + \sqrt{32} - \sqrt{18}$$

### Aufgabe 2.

$$\sqrt{3} * (3\sqrt{3} + \sqrt{12})$$

### Aufgabe 3.

$$(\sqrt{6} - 3)^2$$

### Aufgabe 4.

$$(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$$

### Aufgabe 5.

$$(\sqrt{5 + \sqrt{7}})^2 - 2\sqrt{5 + \sqrt{7}} * \sqrt{5 - \sqrt{7}} + (\sqrt{5 - \sqrt{7}})^2$$

## Level B

### Aufgabe 1.

$$\frac{\sqrt[5]{a^3 * \sqrt[4]{a}}}{\sqrt[3]{a}}$$

### Aufgabe 2.

$$\frac{b-18}{\sqrt{b+3}\sqrt{2}}$$

### Aufgabe 3.

$$\frac{k-f}{\sqrt{k-\sqrt{f}}} - \sqrt{f}$$

### Aufgabe 4.

$$\frac{y\sqrt{y+u}\sqrt{u}}{y-\sqrt{yu+u}}$$

### Aufgabe 5.

$$\sqrt{a} - \frac{a-b}{\sqrt{a+\sqrt{b}}}$$

## Level C

### Aufgabe 1.

$$\left(\frac{\sqrt{m}}{m-n} - \frac{1}{\sqrt{m+\sqrt{n}}}\right) : \frac{\sqrt{m}}{n-m}$$

### Aufgabe 2.

$$\sqrt{a} : \left( \frac{1}{\sqrt{b}-\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{b}}{a-b} \right)$$

### Aufgabe 3.

$$\frac{x\sqrt{x+5\sqrt{5}}}{(\sqrt{x}-\sqrt{5})^2+\sqrt{5}x} * (\sqrt{x} - \sqrt{5})$$

### Aufgabe 4.

$$\left( \frac{c-\sqrt{c^2-k^2}}{c+\sqrt{c^2-k^2}} - \frac{c+\sqrt{c^2-k^2}}{c-\sqrt{c^2-k^2}} \right) : \frac{4\sqrt{c^4-c^2k^2}}{(5k)^2}$$

### Aufgabe 5.

$$\left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{y}}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x-\sqrt{y}}} + \frac{2\sqrt{xy}}{x-y} \right) : \left( \sqrt{x} - \frac{\sqrt{xy+y}}{\sqrt{x+\sqrt{y}}} \right)$$

## 5.2 Lösung

### Vereinfachen/Berechnen Sie:

#### Level A

#### Aufgabe 1.

$$5\sqrt{2} + \sqrt{32} - \sqrt{18}$$

*Lösung:*

$$5\sqrt{2} + \sqrt{16 * 2} - \sqrt{9 * 2} = 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

#### Aufgabe 2.

$$\sqrt{3} * (3\sqrt{3} + \sqrt{12})$$

*Lösung:*

$$\sqrt{3} * (3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}) = \sqrt{3} * 5\sqrt{3} = 15$$

#### Aufgabe 3.

$$(\sqrt{6} - 3)^2$$

*Lösung:*

$$(\sqrt{6})^2 - 2 * 3\sqrt{6} + 9 = 6 - 6\sqrt{6} + 9 = 15 - 6\sqrt{6}$$

#### Aufgabe 4.

$$(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$$

Lösung:

$$(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 5 - 3 = 2$$

**Aufgabe 5.**

$$(\sqrt{5 + \sqrt{7}})^2 - 2\sqrt{5 + \sqrt{7}} * \sqrt{5 - \sqrt{7}} - (\sqrt{5 - \sqrt{7}})^2$$

Lösung:

$$(\sqrt{5 + \sqrt{7}})^2 - 2\sqrt{5 + \sqrt{7}} * \sqrt{5 - \sqrt{7}} + (\sqrt{5 - \sqrt{7}})^2 = 5 + \sqrt{7} - 2\sqrt{18} + 5 - \sqrt{7} = 10 - 2 * 3\sqrt{2} = 10 - 6\sqrt{2}$$

**Level B**

**Aufgabe 1.**

$$\frac{\sqrt[5]{a^3 * 4a}}{\sqrt[3]{a}}$$

Lösung:

$$\frac{\sqrt[5]{a^3 * 4a}}{\sqrt[3]{a}} = \frac{\sqrt[5]{a^{3+1} * 4}}{a^{\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt[5]{a^4 * 4}}{a^{\frac{1}{3}}} = \frac{(a^{\frac{4}{5}})^{\frac{1}{5}}}{a^{\frac{1}{3}}} = a^{\frac{4}{5}} : a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{4}{5} - \frac{1}{3}} = a^{\frac{12-5}{15}} = a^{\frac{7}{15}} = \sqrt[15]{a^7}$$

**Aufgabe 2.**

$$\frac{b-18}{\sqrt{b+3\sqrt{2}}}$$

Lösung:

$$\frac{b-18}{\sqrt{b+3\sqrt{2}}} = \frac{b-18}{\sqrt{b+18}} = \frac{(\sqrt{b})^2 - (\sqrt{18})^2}{\sqrt{b+18}} = \frac{(\sqrt{b}-\sqrt{18})(\sqrt{b}+\sqrt{18})}{(\sqrt{b}+\sqrt{18})} = \sqrt{b} - \sqrt{18}$$

**Aufgabe 3.**

$$\frac{k-f}{\sqrt{k}-\sqrt{f}} - \sqrt{f}$$

Lösung:

$$\frac{(\sqrt{k})^2 - (\sqrt{f})^2}{\sqrt{k}-\sqrt{f}} - \frac{\sqrt{f}}{1} = \frac{(\sqrt{k}-\sqrt{f})(\sqrt{k}+\sqrt{f})}{\sqrt{k}-\sqrt{f}} - \sqrt{f} = \sqrt{k} + \sqrt{f} - \sqrt{f} = \sqrt{k}$$

**Aufgabe 4.**

$$\frac{y\sqrt{y}+u\sqrt{u}}{y-\sqrt{yu}+u}$$

Lösung:

$$\frac{(\sqrt{y})^3 + (\sqrt{u})^3}{y - \sqrt{yu} + u} = \frac{(\sqrt{y} + \sqrt{u})((\sqrt{y})^2 - \sqrt{yu} + (\sqrt{u})^2)}{y - \sqrt{yu} + u} = \frac{(\sqrt{y} + \sqrt{u})(y - \sqrt{yu} + u)}{(y - \sqrt{yu} + u)} = \sqrt{y} + \sqrt{u}$$

**Aufgabe 5.**

$$\sqrt{a} - \frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

Lösung:

$$\sqrt{a} - \frac{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \sqrt{a} - \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \sqrt{a} - (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = \sqrt{a} - \sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{b}$$

Level C

Aufgabe 1.

$$\left(\frac{\sqrt{m}}{m-n} - \frac{1}{\sqrt{m} + \sqrt{n}}\right) : \frac{\sqrt{m}}{n-m}$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{m}}{m-n} - \frac{1}{\sqrt{m} + \sqrt{n}}\right) : \frac{\sqrt{m}}{n-m} &= \left(\frac{\sqrt{m}}{(\sqrt{m} - \sqrt{n})(\sqrt{m} + \sqrt{n})} - \frac{1}{\sqrt{m} + \sqrt{n}}\right) * \frac{n-m}{\sqrt{m}} = \left(\frac{\sqrt{m} - \sqrt{m} + \sqrt{n}}{(\sqrt{m} - \sqrt{n})(\sqrt{m} + \sqrt{n})}\right) * \frac{n-m}{\sqrt{m}} = \\ \frac{\sqrt{n}}{m-n} * \frac{n-m}{\sqrt{m}} &= -\frac{\sqrt{n}}{m-n} * \frac{m-n}{\sqrt{m}} = -\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{m}} \end{aligned}$$

Aufgabe 2.

$$\sqrt{a} : \left(\frac{1}{\sqrt{b} - \sqrt{a}} + \frac{\sqrt{b}}{a-b}\right)$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \sqrt{a} : \left(\frac{1}{\sqrt{b} - \sqrt{a}} + \frac{\sqrt{b}}{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2}\right) &= \sqrt{a} : \left(\frac{1}{\sqrt{b} - \sqrt{a}} + \frac{\sqrt{b}}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})}\right) = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{-(\sqrt{a} + \sqrt{b}) + \sqrt{b}}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})}\right) = \\ \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{-\sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{b}}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})}\right) &= \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\frac{-\sqrt{a}}{a-b}\right) = \frac{1}{\sqrt{a}} * \frac{-\sqrt{a}}{a-b} = \frac{-1}{a-b} \end{aligned}$$

Aufgabe 3.

$$\frac{x\sqrt{x} + 5\sqrt{5}}{(\sqrt{x} - \sqrt{5})^2 + \sqrt{5}x} * (\sqrt{x} - \sqrt{5})$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \frac{(\sqrt{x})^3 + (\sqrt{5})^3}{(\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{5}x + 5 + \sqrt{5}x} * (\sqrt{x} - \sqrt{5}) &= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}x + \sqrt{5})}{(x - \sqrt{5}x + 5)} * (\sqrt{x} - \sqrt{5}) = (\sqrt{x} - \sqrt{5}) * \sqrt{x} - \\ \sqrt{5}) &= x - 5 \end{aligned}$$

Aufgabe 4.

$$\left(\frac{c - \sqrt{c^2 - k^2}}{c + \sqrt{c^2 - k^2}} - \frac{c + \sqrt{c^2 - k^2}}{c - \sqrt{c^2 - k^2}}\right) : \frac{4\sqrt{c^4 - c^2k^2}}{(5k)^2}$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \frac{(c - \sqrt{c^2 - k^2})(c + \sqrt{c^2 - k^2}) - (c + \sqrt{c^2 - k^2})(c - \sqrt{c^2 - k^2})}{(c + \sqrt{c^2 - k^2})(c - \sqrt{c^2 - k^2})} * \frac{(5k)^2}{4\sqrt{c^4 - c^2k^2}} &= \frac{c^2 - c^2 + k^2 - c^2 + c^2 - k^2}{c^2 - c^2 + k^2} * \frac{(5k)^2}{4\sqrt{c^4 - c^2k^2}} = \\ \frac{2k^2}{k} * \frac{5k^2}{4\sqrt{c^4 - c^2k^2}} &= \frac{5k^2}{2\sqrt{c^4 - c^2k^2}} \end{aligned}$$

Aufgabe 5.

$$\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} + \frac{2\sqrt{xy}}{x-y}\right) : \left(\sqrt{x} - \frac{\sqrt{xy} + y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}\right)$$

Lösung:

$$1) \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{2\sqrt{xy}}{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2} \right) = \frac{\sqrt{x}\sqrt{x}-\sqrt{y}\sqrt{y} + \sqrt{y}(\sqrt{\sqrt{x}+\sqrt{y}}) + 2\sqrt{xy}}{x-y} = \frac{x^2 - \sqrt{xy} + \sqrt{x}}{x-y}$$

$$\frac{x^2 - 2\sqrt{xy} + y^2}{x-y} = \frac{(x+y)^2}{x-y}$$

## 6 Logarithmen

### 6.1 Übungen

Vereinfachen/Berechnen Sie:

Level A

Aufgabe 1.

$$\log_2 16 \log_2 2$$

Aufgabe 2.

$$\log_3 324 - \log_3 4$$

Aufgabe 3.

$$2 \log_5 25$$

Aufgabe 4.

$$2,5^{\log_2 5^6} - 3$$

Aufgabe 5.

$$\log_3 2^3$$

Level B

Aufgabe 1.

$$\log_5 \frac{1}{125}$$

Aufgabe 2.

$$4 \frac{\log_7 2}{\log_7 80} + \log_{80} 5$$

Aufgabe 3.

$$\log_4 \sqrt{6} + 2 \log_{16} \sqrt{6}$$

#### Aufgabe 4.

$$\frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 72}$$

#### Aufgabe 5.

$$\frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{11}}{\log_2 10} + 2 \log_2 2$$

#### Level C

#### Aufgabe 1.

$$16^{\log_2 5} + 10^{1 - \log_{10} 2} - 8^{\log_2 3}$$

#### Aufgabe 2.

$$64^{\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \log_8 4} + 25^{\log_{125} 8} * 49^{\log_7 2}$$

#### Aufgabe 3.

$$81^{1 - \log_9 5} + 4^{\frac{1}{2} \log_2 3 + 3 \log_8 5}$$

#### Aufgabe 4.

$$32 * (49^{\frac{1}{2} \log_7 9 - \log_7 6} + 6^{-\log_6 \sqrt{6}^4})$$

#### Aufgabe 5.

$$25^{1 - \log_5 3} + 15^{\log_{\sqrt{15}} 4} - 49^{\log_7 3}$$

## 6.2 Lösung

Vereinfachen/Berechnen Sie:

#### Level A

#### Aufgabe 1.

$$\log_2 16 \log_2 2$$

Lösung:

$$\log_2 16 + \log_2 2 = \log_2 (16 * 2) = \log_2 32 = 5$$

#### Aufgabe 2.

$$\log_3 324 - \log_3 4$$

*Lösung:*

$$\log_3 324 - \log_3 4 = \log_3(324 : 4) = \log_3 81 = 4$$

**Aufgabe 3.**

$$2\log_5 25$$

*Lösung:*

$$2\log_5 25 = \log_5 25^2 = \log_5 625 = 4$$

**Aufgabe 4.**

$$2,5^{\log_2 56} - 3$$

*Lösung:*

$$2,5^{\log_2 56} - 3 = 6 - 3 = 3$$

**Aufgabe 5.**

$$\log_{3^2} 3$$

*Lösung:*

$$\log_{3^2} 3 = \frac{1}{2} \log_3 3 = \frac{1}{2}$$

**Level B**

**Aufgabe 1.**

$$\log_5 \frac{1}{125}$$

*Lösung:*

$$\log_5 5^{-3} = -3 \log_5 5 = -3$$

**Aufgabe 2.**

$$4 \frac{\log_7 2}{\log_7 80} + \log_{80} 5$$

*Lösung:*

$$4 \frac{\log_7 2}{\log_7 80} + \log_{80} 5 = \log_{80} 2^4 + \log_{80} 5 = \log_{80} 16 + \log_{80} 5 = \log_{80} (16 * 5) = \log_{80} 80 = 1$$

**Aufgabe 3.**

$$\log_4 \sqrt{6} + 2\log_{16} \sqrt{6}$$

*Lösung:*

$$\log_4 \sqrt{6} + 2 \log_{4^2} \sqrt{6} = \log_4 \sqrt{6} + 2 \frac{1}{2} \log_4 \sqrt{6} = \log_4 \sqrt{6} + \log_4 \sqrt{6} = 2 \log_4 \sqrt{6} = 2 \log_4 6 = \log_4 36$$

#### Aufgabe 4.

$$\frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 72}$$

Lösung:

$$\frac{\frac{2 \log_2 24 - \log_2 72}{2}}{\frac{3 \log_3 (18) - \log_3 (72)}{3}} = \frac{(2 \log_2 24 - \log_2 72) \cdot 3}{(3 \log_3 18 - \log_3 72) \cdot 2} = \frac{6 \log_2 (24) - 3 \log_2 (72)}{2(\log_3 18^3 - \log_3 72)} = \frac{\log_2 (24^6) - \log_2 (72^3)}{2 \log_3 51} = \frac{\log_2 (2^9)}{8} = \frac{9}{8}$$

#### Aufgabe 5.

$$\frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{11}}{\log_2 10} + 2 \log_2 2$$

Lösung:

$$\frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{11}}{\log_2 10 + 2 \log_2 2} = \frac{\log_2 2^2 + \log_2 \sqrt{11}}{\log_2 10 + \log_2 2^2} = \frac{\log_2 (4 \cdot \sqrt{11})}{\log_2 (10 \cdot 4)} = \frac{\log_2 (4 \sqrt{11})}{\log_2 40} = \log_{40} (4 \sqrt{11})$$

### Level C

#### Aufgabe 1.

$$16^{\log_4 5} + 10^{1 - \log_{10} 2} - 8^{\log_2 3}$$

Lösung:

$$4^{2 \log_4 5} + 10^{1 - \log_{10} 2} - 8^{\log_2 3} = 4^{2 \log_4 5} + 10^1 * 10^{-\log_{10} (2)} - 2^{3 \log_2 3} = 4^{\log_4 5^2} + 10 * 10^{\log_{10} 2^{-1}} - 2^{\log_2 3^3} = 5^2 + 10 * 2^{-1} - 3^3 = 25 + 5 - 27 = 3$$

#### Aufgabe 2.

$$(64^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \log_8 4} + 25^{\log_{125} 8}) * 49^{\log_7 2}$$

Lösung:

$$(64^{\frac{1}{4}} * 64^{-\frac{1}{2} \log_8 4} + 5^{2 \log_{5^3} 8}) * 7^{2 \log_7 2} = (8^{\frac{1}{2}} * 8^{-2 \log_8 4} + 5^{2 \log_{5^3} (8)}) * 7^{2 \log_7 2} = (\sqrt{8} * 8 \log_8 4^{-1} + 5^{\frac{2}{3} \log_5 8}) * 7^{\log_7 4} = (\sqrt{8} * 4^{-1} + 8^{\frac{2}{3}}) * 4 = (\frac{\sqrt{8}}{4} + 4) * 4 = \sqrt{8} + 16$$

#### Aufgabe 3.

$$81^{1 + \log_9 5} + 4^{\frac{1}{2} \log_2 3 + 3 \log_8 5}$$

Lösung:

$$81 * 81^{\log_9 5} + 2^{2 * \frac{1}{2} \log_2 3} * 2^{2 * 3 \log_8 5} = 81 * 9^{2 \log_9 5} + 2^{\log_2 3} * 8^{2 \log_8 5} = 81 * 5^2 + 3 * 5^2 = 5^2 (81 + 3) = 25 * 84 = 2100$$

#### Aufgabe 4.

$$32 * (49^{\frac{1}{2} \log_7 9 - \log_7 6} + 6^{-\log_7 2})$$

Lösung:

$$32(7^{\log_7 9} * 7^{-2 \log_7 6} + 6^{-\log_7 2}) = 32(9 * 6^{-2} + 6^{-1}) = 32(\frac{9}{36} + \frac{1}{6}) = 32(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}) = \frac{32*5}{16} = 10$$

#### Aufgabe 5.

$$25^{1+\log_5 3} + 15^{\log_5 \sqrt{154}} - 49^{\log_7 3}$$

Lösung:

$$5^2 * 5^{2 \log_5 3} + 15^{\frac{1}{2} \sqrt{154}} - 7^{2 \log_7 3} = 5^2 + 5^6 + 15^2 - 7^6 = 5^8 + 125 - 7^6 = 390625 + 125 - 1176649 = 273101$$

## 7 Mengenlehre

### 7.1 Übungen

Bestimmen Sie die Mengen:

#### Aufgabe 1.

Gegeben sind die Mengen

$$A = \{a, b, c\} \text{ und } B = \{d, a, f\}$$

$$A \cap B =$$

$$A \cup B =$$

#### Aufgabe 2.

Gegeben sind die Mengen  $C = \{m, n, x\}$  und  $D = \{y, b, x\}$

$$C \setminus D =$$

$$D \setminus C =$$

#### Aufgabe 3.

Gegeben sind die Mengen  $N = \{a, k, c\}$  und  $M = \{f, c, n\}$

$$M \cup N =$$

$$M \cap N =$$

**Aufgabe 4.**

Gegeben sind die Mengen  $F = \{a, x, y\}$  und  $K = \{a, f, y\}$

$$F \cup K =$$

$$F \cap K =$$

**Aufgabe 5.**

Gegeben sind die Mengen  $A = \{a, b, c, d\}$  und  $F = \{x, y, b, d\}$

$$A \cup F =$$

$$A \cap F =$$

**Aufgabe 6.**

Gegeben sind die Mengen  $U = \{m, n, x, y, a, b, c\}$ ;  $A = \{x, y, a, m\}$  und  $B = \{x, n, a, b, m\}$

$$A \cap B =$$

$$A \cup B =$$

**Aufgabe 7.**

Gegeben sind die Mengen  $X = \{n, m, a, b, c, f, y\}$ ;  $V = \{a, b, f, n\}$  und  $U = \{a, c, n, m, y\}$

$$X \cap V =$$

$$X \cup V =$$

$$X \cap V \cap (X \setminus U) =$$

**Aufgabe 8.**

Gegeben sind die Mengen  $Y = \{q, c, e, d, f, n, k\}$ ;  $A = \{q, c, d, k\}$  und  $B = \{c, e, d, f, q\}$

$$Y \cap A =$$

$$Y \cup B =$$

$$Y \cap A \cup (Y \setminus B) =$$

**Aufgabe 9.**

Gegeben sind die Mengen  $M = \{a, m, n, q, d, c, e, r\}$ ;  $K = \{n, q, c, e\}$  und  $F =$

$\{d, a, n, r, e\}$

$M \setminus K =$

$M \setminus F =$

$(M \setminus F) \cup (M \setminus K) =$

$(M \setminus F) \cap (M \setminus K) =$

**Aufgabe 10.**

Gegeben sind die Mengen  $K = \{c, b, d, k, f, n, i\}$ ,  $V = \{d, k, f, i\}$  und  $C = \{b, d, k, i\}$

$K \setminus V =$

$K \setminus C =$

$(K \setminus V) \cap (K \setminus C) =$

## 7.2 Lösung

Bestimmen Sie die Mengen:

**Aufgabe 1.**

Gegeben sind die Mengen  $A = \{a, b, c\}$  und  $B = \{d, a, f\}$

$A \cap B = \{a\}$

$A \cup B = \{a, b, c, d, f\}$

**Aufgabe 2.**

Gegeben sind die Mengen  $C = \{m, n, x\}$  und  $D = \{y, b, x\}$

$C \setminus D = \{m, n\}$

$D \setminus C = \{y, b\}$  **Aufgabe 3.**

Gegeben sind die Mengen  $N = \{a, k, c\}$  und  $M = \{f, c, n\}$

$N \cap M = \{c\}$

$$N \setminus M = \{k, a\}$$

#### Aufgabe 4.

Gegeben sind die Mengen  $F = \{a, x, y\}$  und  $K = \{a, f, y\}$

$$F \cap K = \{a, y\}$$

$$K \setminus F = \{f\}$$

#### Aufgabe 5.

Gegeben sind die Mengen  $A = \{a, b, c, d\}$  und  $F = \{x, y, b, d\}$

$$A \cup F = \{a, b, c, d, x, y\}$$

$$A \cap F = \{b, d\}$$

#### Aufgabe 6.

Gegeben sind die Mengen  $U = \{m, n, x, y, a, b, c\}$ ;  $A = \{x, y, a, m\}$  und

$$B = \{x, n, a, b, m\}$$

$$A \cap B = \{x, m, a\}$$

$$U \setminus A = \{n, b, c\}$$

#### Aufgabe 7.

Gegeben sind die Mengen  $X = \{n, m, a, b, c, f, y\}$ ;  $V = \{a, b, f, n\}$  und

$$U = \{a, c, n, m, y\}$$

$$X \setminus V = \{m, y, c\}$$

$$X \setminus U = \{b, f\}$$

$$(X \setminus V) \cap (X \setminus U) = \{\}$$

#### Aufgabe 8.

Gegeben sind die Mengen  $Y = \{q, c, e, d, f, n, k\}$ ;  $A = \{q, c, d, k\}$  und

$$B = \{c, e, d, f, q\}$$

$$Y \setminus A = \{e, f, n\}$$

$$Y \setminus B = \{n, k\}$$

$$(Y \setminus A) \cup (Y \setminus B) = \{e, f, n, k\}$$

Wandeln Sie die Intervallschreibweise in Mengenschreibweise um.

$$A = [-10; +\infty)$$

**Aufgabe 4.**

Wandeln Sie die Intervallschreibweise in Mengenschreibweise um.

$$B = (-\infty; 0]$$

**Aufgabe 5.**

Welche Aussage ist richtig für die gegebene Lösungsmenge?

$\mathbb{Z} = \mathbb{Q} \setminus [-2; 4]$  Die Lösungsmenge enthält alle Zahlen, die zwischen -2 und 4 liegen.

Die Lösungsmenge enthält zwei rationale Zahlen: die -2 und 4 Die Lösungsmenge enthält rationale Zahlen, die zwischen -2 und 4 liegen. Die Lösungsmenge enthält rationale Zahlen, die zwischen -2 und 4 liegen, einschließlich der Grenzen. Die Lösungsmenge enthält nicht rationale Zahlen, die zwischen -2 und 4 liegen, einschließlich der Grenzen.

**Aufgabe 6.**

Welche Aussage ist richtig für die gegebene Lösungsmenge?

$\mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus \{10\}$  Die Lösungsmenge enthält alle reellen Zahlen bis einschließlich 10. Die Lösungsmenge enthält alle reellen Zahlen, die größer 10 sind. Die Lösungsmenge enthält die reelle Zahl 10. Die Lösungsmenge enthält alle reellen Zahlen außer 10. Die Lösungsmenge enthält alle reellen Zahlen, die kleiner 10 sind.

## 8.2 Lösung

**Aufgabe 1.**

Geben Sie die folgende Menge als Intervall an.

$$A = \{x \mid -3 \leq x \leq 3\}$$

$$A = [-3; 3]$$

**Aufgabe 2.**

Geben Sie die folgende Menge als Intervall an.

$$B = \{x \mid -8 < x < 4\}$$

$$B = (-8; 4)$$

### Aufgabe 3.

Wandeln Sie die Intervallschreibweise in Mengenschreibweise um.

$$A = [-10; +\infty)$$

$$A = \{x \mid x \geq -10\}$$

### Aufgabe 4.

Wandeln Sie die Intervallschreibweise in Mengenschreibweise um.

$$B = (-\infty; 0]$$

$$B = \{x \mid x \leq 0\}$$

### Aufgabe 5.

Welche Aussage ist richtig für die gegebene Lösungsmenge?

$$L = \mathbb{Q} \setminus [-2; 4]$$

Die Lösungsmenge enthält alle Zahlen, die zwischen -2 und 4 liegen.

Die Lösungsmenge enthält zwei rationale Zahlen: die -2 und 4

Die Lösungsmenge enthält rationale Zahlen, die zwischen -2 und 4 liegen.

Die Lösungsmenge enthält rationale Zahlen, die zwischen -2 und 4 liegen, einschließlich der Grenzen.

**Die Lösungsmenge enthält nicht rationale Zahlen, die zwischen -2 und 4 liegen, einschließlich der Grenzen. (richtig)**

### Aufgabe 6.

Welche Aussage ist richtig für die gegebene Lösungsmenge?

$$L = \mathbb{R} \setminus \{10\}$$

Die Lösungsmenge enthält alle reellen Zahlen bis einschließlich 10.

Die Lösungsmenge enthält alle reellen Zahlen, die größer 10 sind.

Die Lösungsmenge enthält die reelle Zahl 10.

Die Lösungsmenge enthält alle reellen Zahlen außer 10. (richtig)

Die Lösungsmenge enthält alle reellen Zahlen, die kleiner 10 sind.

## 9 Lineare Gleichungen

### 9.1 Übungen

Lösen Sie die Gleichungen:

**Level A**

**Aufgabe 1.**

$$45 + 14x = 17x + 3$$

**Aufgabe 2.**

$$2,55 - 0,45r = 3 + 2,55r$$

**Aufgabe 3.**

$$0,8a + 14 = 2 - 1,6a$$

**Aufgabe 4.**

$$1\frac{1}{3}y + 4 = \frac{1}{3}y + 1$$

**Aufgabe 5.**

$$q - \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}q$$

**Level B**

**Aufgabe 1.**

$$(13b - 15) - (9 + 6b) = -3b$$

**Aufgabe 2.**

$$12 - (4c - 18) = (36 + 4c) + (18 - 6c)$$

**Aufgabe 3.**

$$1,6p - (p - 2,8) = (0,2p + 1,5 - 0,7)$$

**Aufgabe 4.**

$$(0,5y + 1,2) - (3,6 - 4,5y) = (4,8 - 0,3y - 10,5y + 0,6)$$

**Aufgabe 5.**

$$(5,3f - 0,8) - (1,6 - 4,7f) = 2f - (f - 0,3)$$

**Level C**

**Aufgabe 1.**

$$1 - \frac{y-3}{2} = \frac{2-y}{3} + 4$$

**Aufgabe 2.**

$$\frac{6x+7}{4} + \frac{8-5x}{3} = 5$$

**Aufgabe 3.**

$$\frac{11b-4}{7} - \frac{b-9}{2} = 5$$

**Aufgabe 4.**

$$\frac{3a-1}{24} - \frac{2a+6}{36} - 1 = 0$$

**Aufgabe 5.**

$$5 - \frac{1-2n}{4} = \frac{3n+20}{6} + \frac{n}{3}$$

## 9.2 Lösung

Lösen Sie die Gleichungen:

**Level A**

**Aufgabe 1.**

$$45 + 14x = 17x + 3$$

*Lösung:*

$$45 - 3 = 17x - 14x$$

$$42 = 3x$$

$$x = \frac{42}{3}$$

$$x = 14$$

### Aufgabe 2.

$$2,55 - 0,45r = 3 + 2,55r$$

*Lösung:*

$$2,55 - 3 = 2,55r + 0,45r$$

$$-0,45 = 3r$$

$$r = -0,15$$

### Aufgabe 3.

$$0,8a + 14 = 2 - 1,6a$$

*Lösung:*

$$0,8a + 1,6a = 2 - 14$$

$$2,4a = -12$$

$$a = -\frac{12}{2,4}$$

$$a = -5$$

### Aufgabe 4.

$$1\frac{1}{3}y + 4 = \frac{1}{3}y + 1$$

*Lösung:*

$$1\frac{1}{3}y - \frac{1}{3}y = 1 - 4$$

$$y = -3$$

### Aufgabe 5.

$$q - \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}q$$

*Lösung:*

$$q - \frac{1}{2}q = \frac{3}{8} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}q = \frac{5}{8}$$

$$q = 1\frac{1}{4}$$

**Level B**

**Aufgabe 1.**

$$(13b - 15) - (9 + 6b) = -3b$$

*Lösung:*

$$13b - 15 - 9 - 6b = -3b$$

$$13b - 6b + 3b = 15 + 9$$

$$10b = 24$$

$$b = 2,4$$

**Aufgabe 2.**

$$12 - (4c - 18) = (36 + 4c) + (18 - 6c)$$

*Lösung:*

$$12 - 4c + 18 = 36 + 4c + 18 - 6c$$

$$-4c - 4c + 6c = 36 + 18 - 18 - 12$$

$$-2c = 24$$

$$c = -12$$

**Aufgabe 3.**

$$1. 6p - (p - 2, 8) = (0, 2p + 1, 5) - 0, 7$$

Lösung:

$$2. 6p - p + 2, 8 = 0, 2p + 1, 5 - 0, 7$$

$$3. 6p - p - 0, 2p = 1, 5 - 0, 7 - 2, 8$$

$$4. 4p = -2$$

$$p = -0, 5$$

#### Aufgabe 4.

$$10. 5y + 1, 2) - (3, 6 - 4, 5y) = (4, 8 - 0, 3y) + (10, 5y + 0, 6)$$

Lösung:

$$11. 5y - 1, 2 - 3, 6 + 4, 5y = 4, 8 - 0, 3y + 10, 5y + 0, 6$$

$$12. 5y - 4, 5y + 0, 3y - 10, 5y = 4, 8 + 0, 6 - 1, 2 + 3, 6$$

$$- 5. 2y = 7, 8$$

$$y = -1, 5$$

#### Aufgabe 5.

$$15. 3f - 0, 8) - (1, 6 - 4, 7f) = 2f - (f - 0, 3)$$

Lösung:

$$16. 3f - 0, 8 - 1, 6 + 4, 7f = 2f - f + 0, 3$$

$$17. 3f + 4, 7f - 2f + f = 0, 3 + 0, 8 + 1, 6$$

$$9f = 2, 7$$

$$f = 0, 3$$

#### Level C

#### Aufgabe 1.

$$1 - \frac{y-3}{2} = \frac{2-y}{3} + 4$$

*Lösung:*

$$1 - \frac{y-3}{2} = \frac{2-y}{3} + 4 \quad | \cdot 6$$

$$6 - 3(y-3) = 2(2-y) + 24$$

$$6 - 3y + 9 = 4 - 2y + 24$$

$$-3y + 2y = 24 + 4 - 6 - 9$$

$$-y = 13$$

$$y = -13$$

### **Aufgabe 2.**

$$\frac{6x+7}{4} + \frac{8-5x}{3} = 5$$

*Lösung:*

$$\frac{6x+7}{4} + \frac{8-5x}{3} = 5 \quad | \cdot 12$$

$$3(6x+7) + 4(8-5x) = 60$$

$$18x + 21 + 32 - 20x - 60 = 0$$

$$18x - 20x = 60 - 32 - 21$$

$$-2x = 7$$

$$x = -3,5$$

### **Aufgabe 3.**

$$\frac{11b-4}{7} - \frac{b-9}{2} = 5$$

*Lösung:*

$$\frac{11b-4}{7} - \frac{b-9}{2} = 5 \quad | \cdot 14$$

$$2(11b-4) - 7(b-9) = 70$$

$$22b - 8 - 7b + 63 = 70$$

$$22b - 7b = 70 - 63 + 8$$

$$15b = 15$$

$$b = 1$$

#### Aufgabe 4.

$$\frac{3a-1}{24} - \frac{2a+6}{36} - 1 = 0$$

Lösung:

$$3(3a - 1) - 2(2a + 6) - 72 = 0$$

$$9a - 3 - 4a - 12 - 72 = 0$$

$$5a = 72 + 12 + 3$$

$$5a = 87$$

$$a = 17,4$$

#### Aufgabe 5.

$$5 - \frac{1-2n}{4} = \frac{3n+20}{6} + \frac{n}{3}$$

Lösung:

$$5 - \frac{1-2n}{4} = \frac{3n+20}{6} + \frac{n}{3} \quad | \cdot 24$$

$$120 - 6(1 - 2n) = 4(3n + 20) + 8n$$

$$120 - 6 + 12n = 12n + 80 + 8n$$

$$-8n = -114 + 80$$

$$-8n = -34$$

$$n = \frac{17}{4}$$

$$n = 4,25$$

## 10 Betragsgleichungen

### 10.1 Übungen

Lösen Sie die Gleichungen:

Level A

Aufgabe 1.

$$|x| + 4 = 6x - 2$$

Aufgabe 2.

$$|m| - 3 = 3m + 2$$

Aufgabe 3.

$$|c - 1| = \frac{1}{4}c$$

Aufgabe 4.

$$|a + 1| = -\frac{1}{3}a$$

Aufgabe 5.

$$|b - 4| + 2b = 4$$

Level B

Aufgabe 1.

$$|5x - 4| = |4x - 6|$$

Aufgabe 2.

$$|8b - 5| = |3b + 2|$$

Aufgabe 3.

$$|2n - 3| + 3|n + 1| = 7$$

Aufgabe 4.

$$|4x - 3| + 2|x + 2| = 7$$

Aufgabe 5.

$$|m^2 - 3m| = 0$$

Level C

Aufgabe 1.

$$|c + 1| - 4 = 3$$

Aufgabe 2.

$$|8 - |k - 2|| = 7$$

Aufgabe 3.

$$|4f + 4| - 5 = f$$

Aufgabe 4.

$$|n + 4| - 5 = n + 7$$

Aufgabe 5.

$$||p - 5| - 5| - 5| = 5$$

## 10.2 Lösung

Lösen Sie die Gleichungen:

Level A

Aufgabe 1.

$$|x| + 4 = 6x - 2$$

*Lösung:*

$$|x| = 6x - 2 - 4$$

$$|x| = 6x - 6$$

$$x = 6x - 6 \quad \text{oder} \quad x = -(6x - 6)$$

$$x - 6x = -6 \quad x = -6x + 6$$

$$-5x = -6 \quad 7x = 6$$

$$x = \frac{6}{5}$$

$$x = \frac{6}{5}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ \frac{6}{5} \right\}$$

### Aufgabe 2.

$$|m| - 3 = 3m + 2$$

*Lösung:*

$$|m| = 3m + 2 + 3$$

$$|m| = 3m + 5$$

$$m = 3m + 5 \quad \text{oder} \quad m = -(3m + 5)$$

$$m - 3m = 5 \quad m + 3m = -5$$

$$-2m = 5 \quad 4m = -5$$

$$m = -\frac{5}{2} \quad m = -\frac{5}{4}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ -\frac{5}{4} \right\}$$

### Aufgabe 3.

$$|c - 1| = \frac{1}{4}c$$

*Lösung:*

$$|c - 1| = \frac{1}{4}c$$

$$c - 1 = \frac{1}{4}c \quad \text{oder} \quad c - 1 = -\frac{1}{4}c$$

$$c - \frac{1}{4}c = 1 \quad c + \frac{1}{4}c = 1$$

$$\frac{3}{4}c = 1 \quad \frac{5}{4}c = 1$$

$$c = \frac{4}{3} \quad c = \frac{4}{5}$$

### Aufgabe 4.

$$|a + 1| = -\frac{1}{3}a$$

*Lösung:*

$$|a + 1| = -\frac{1}{3}a$$

$$a - 1 = -\frac{1}{3}a \quad \text{oder} \quad a + 1 = \frac{1}{3}a$$

$$a - \frac{1}{3}a = -1 \quad a - \frac{1}{3}a = -1$$

$$\frac{2}{3}a = -1 \quad \frac{2}{3}a = -1$$

$$a = -\frac{3}{2} \quad a = -\frac{3}{2}$$

### Aufgabe 5.

$$|b - 4| + 2b = 4$$

*Lösung:*

$$|b - 4| + 2b = 4$$

$$|b - 4| = 4 - 2b$$

$$b - 4 = 4 - 2b \quad \text{oder} \quad b - 4 = -(4 - 2b)$$

$$b + 2b = 4 + 4 \quad b - 4 = -4 + 2b$$

$$3b = 8 \quad b - 2b = -4 + 4$$

$$b = \frac{8}{3} \quad -b = 0 \Leftrightarrow b = 0$$

$$\mathbb{L} = \{0\}$$

### Level B

#### Aufgabe 1.

$$|5x - 4| = |4x - 6|$$

*Lösung:*

$$5x - 4 = 4x - 6 \quad \text{oder} \quad 5x - 4 = -4x + 6$$

$$5x - 4x = -6 + 4 \quad 5x + 4x = 6 + 4$$

$$x = -2 \quad 9x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{9}$$

#### Aufgabe 2.

$$|8b - 5| = |3b + 2|$$

Lösung:

$$8b - 5 = 3b + 2 \text{ oder } 8b - 5 = -3b - 2$$

$$8b - 3b = 2 + 5 \quad 8b + 3b = -2 + 5$$

$$5b = 7 \quad 11b = 3$$

$$b = \frac{7}{5} \quad b = \frac{3}{11}$$

### Aufgabe 3.

$$|2n - 3| + 3|n + 1| = 7$$

Lösung:

$$|2n - 3| + 3|n + 1| = 7$$

$$|2n - 3| = 7 - 3|n + 1|$$

$$3 - 2n = 7 - 3(n + 1) \text{ oder } 3 - 2n = 7 - 3(-n - 1) \text{ oder } 2n - 3 = 7 - 3(n + 1) \text{ oder}$$

$$-2n + 3n = 7 - 6 \quad \dots \quad \dots$$

$$n = 1$$

$$n = -\frac{7}{5}$$

$$n = \frac{7}{5}$$

$$n = -$$

$$L = \{1\}$$

### Aufgabe 4.

$$|4x - 3| + 2|x + 2| = 7$$

Lösung:

$$|4x - 3| + 2|x + 2| = 7$$

$$4x - 3 + 2(x + 2) = 7 \text{ oder } 4x - 3 + 2(-x - 2) = 7 \text{ oder } -4x + 3 + 2(x + 2) = 7 \text{ oder}$$

$$6x = 3 - 4 + 7 \quad \dots \quad \dots$$

$$x = 1$$

$$x = 7$$

$$x = 0$$

$$x = -$$

$$L = \{1; 0\}$$

### Aufgabe 5.

$$|m^2 - 3m| = 0$$

Lösung:

$$m^2 - 3m = 0$$

$$m(m - 3) = 0$$

$$m = 0 \text{ oder } m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 3$$

**Level C**

**Aufgabe 1.**

$$||c + 1| - 4| = 3$$

Lösung:

$$|c + 1| = 3 + 4 \quad \text{oder} \quad |c + 1| = -3 + 4$$

$$|c + 1| = 7 \quad |c + 1| = 1$$

$$c + 1 = 7 \text{ oder } c + 1 = -7 \quad c + 1 = 1 \text{ oder } c + 1 = -1$$

$$c = 6 \quad c = -8 \quad c = 0 \quad c = -2$$

**Aufgabe 2.**

$$|8 - |k - 2|| = 7$$

Lösung:

$$8 - |k - 2| = 7$$

$$8 - |k - 2| = 7 \quad \text{oder} \quad 8 - |k - 2| = -7$$

$$8 - 7 = |k - 2| \quad 8 + 7 = |k - 2|$$

$$|k - 2| = 1 \quad |k - 2| = 15$$

$$k - 2 = 1 \text{ oder } k - 2 = -1 \quad k - 2 = 15 \text{ oder } k - 2 = -15$$

$$k = 3 \quad k = 1 \quad k = 17 \quad k = -13$$

**Aufgabe 3.**



$$\begin{array}{l}
 -5 - 5 = 10 \text{ oder } |p - 5| - 5 = -10 \quad |p - 5| - 5 = 0 \\
 -5 = 15 \quad |p - 5| = -5 \quad |p - 5| = 5
 \end{array}$$

## 11 Lineare Gleichungssysteme

### 11.1 Übungen

Lösen Sie die Gleichungssysteme:

Level A

Aufgabe 1.

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ 3y - x = 7 \end{cases}$$

Aufgabe 2.

$$\begin{cases} a = 8 - b \\ 3b - a = 12 \end{cases}$$

Aufgabe 3.

$$\begin{cases} m - 2n = 4 \\ n - 3m = -2 \end{cases}$$

Aufgabe 4.

$$\begin{cases} 3p - r = 2 \\ p + 2r = 10 \end{cases}$$

Aufgabe 5.

$$\begin{cases} 3f + c = 7 \\ 9f - 4c = -7 \end{cases}$$

## Level B

### Aufgabe 1.

$$\begin{cases} 6(x + y) + 2 = x + 8y \\ 14 - 4(x - y) = x - 16y \end{cases}$$

### Aufgabe 2.

$$\begin{cases} 1 + 2(a - b) = 3a - 4b \\ 10 - 4(a + b) = 3b - 3a \end{cases}$$

### Aufgabe 3.

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(m + n) = 8 \\ \frac{1}{4}(m - 2n) = 4 \end{cases}$$

### Aufgabe 4.

$$\begin{cases} \frac{1}{6}(c + r) = 4 \\ \frac{1}{3}(c - r) = 8 \end{cases}$$

### Aufgabe 5.

$$\begin{cases} \frac{2a+1}{5} = \frac{f-1}{2} \\ 4a + 5f = 23 \end{cases}$$

## Level C

### Aufgabe 1.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ z - y = 6 \\ x - z = 7 \end{cases}$$

### Aufgabe 2.

$$\begin{cases} a + b + c = 9 \\ a + b - c = 7 \\ a - b = 2 \end{cases}$$

**Aufgabe 3.**

$$\begin{cases} m - n - k = 0 \\ m + n - k = 4 \\ m + n + k = 6 \end{cases}$$

**Aufgabe 4.**

$$\begin{cases} \frac{1}{p+c} + \frac{1}{p-c} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{p-c} - \frac{1}{p+c} = \frac{3}{8} \end{cases}$$

**Aufgabe 5.**

$$\begin{cases} \frac{f+1}{3m-4} = \frac{1}{2} \\ \frac{5m+f}{3m+11} = 1 \end{cases}$$

## 11.2 Lösung

Lösen Sie die Gleichungssysteme:

Level A

**Aufgabe 1.**

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ 3y - x = 7 \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x = y - 4 \\ 3y - (y - 4) = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y - 4 \\ 3y - y + 4 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y - 4 \\ 2y = 7 - 4 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow & \begin{cases} x = y - 4 \\ 2y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y - 4 \\ y = 1,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1,5 - 4 \\ y = 1,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2,5 \\ y = 1,5 \end{cases} \end{aligned}$$

### Aufgabe 2.

$$\begin{cases} a = 8 - b \\ 3b - a = 12 \end{cases}$$

Lösung:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} a = 8 - b \\ 3b - (8 - b) = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 - b \\ 4b = 12 + 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 - b \\ 4b = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 - b \\ b = \frac{20}{4} \end{cases} \Rightarrow \\ & \begin{cases} a = 8 - 5 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \end{cases} \end{aligned}$$

### Aufgabe 3.

$$\begin{cases} m - 2n = 4 \\ n - 3m = -2 \end{cases}$$

Lösung:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} m - 2n = 4 \\ n - 3m = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 4 + 2n \\ n - 3m = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 4 + 2n \\ n - 3(4 + 2n) = -2 \end{cases} \\ & \begin{cases} m = 4 + 2n \\ n - 12 - 6n = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 4 + 2n \\ -5n = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 4 + 2n \\ n = -2 \end{cases} \\ & \begin{cases} m = 4 - 4 \\ n = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ n = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

**Aufgabe 4.**

$$\begin{cases} 3p - r = 2 \\ p + 2r = 10 \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{cases} 3p - r = 2 \\ p + 2r = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} 3p - r = 2 \\ p = 10 - 2r \end{cases} \quad \begin{cases} 3(10 - 2r) - r = 2 \\ p = 10 - 2r \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30 - 6r - r = 2 \\ p = 10 - 2r \end{cases} \quad \begin{cases} -7r = -28 \\ p = 10 - 2r \end{cases} \quad \begin{cases} r = 4 \\ p = 10 - 8 \end{cases} \quad \begin{cases} r = 4 \\ p = 2 \end{cases}$$

**Aufgabe 5.**

$$\begin{cases} 3f + c = 7 \\ 9f - 4c = -7 \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{cases} 3f + c = 7 \\ 9f - 4c = -7 \end{cases} \quad \begin{cases} c = 7 - 3f \\ 9f - 4c = -7 \end{cases} \quad \begin{cases} c = 7 - 3f \\ 9f - 4(7 - 3f) = -7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 7 - 3f \\ 9f - 28 + 12f = -7 \end{cases} \quad \begin{cases} c = 7 - 3f \\ 21f = -7 + 28 \end{cases} \quad \begin{cases} c = 7 - 3f \\ f = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} c = 4 \\ f = 1 \end{cases}$$

**Level B****Aufgabe 1.**

$$\begin{cases} 6(x + y) + 2 = x + 8y \\ 14 - 4(x - y) = x - 16y \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{cases} 6x + 6y + 2 = x + 8y \\ 14 - 4x + 4y = x - 16y \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 2y = -2 \\ 20y - 5x = -14 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 2y = -2 \\ + \\ -5x + 20y = -14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 2y = -2 \\ 18y = -16 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 2y = -2 \\ y = -\frac{8}{9} \end{cases} \quad \begin{cases} 5x = -2 - \frac{16}{9} \\ y = -\frac{8}{9} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x = -\frac{34}{9} \\ y = -\frac{8}{9} \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{34}{45} \\ y = -\frac{8}{9} \end{cases}$$

### Aufgabe 2.

$$\begin{cases} 1 + 2(a - b) = 3a - 4b \\ 10 - 4(a + b) = 3b - 3a \end{cases}$$

Lösung:

$$\begin{cases} 1 + 2a - 2b = 3a - 4b \\ 10 - 4a - 4b = 3b - 3a \end{cases} \quad \begin{cases} -a + 2b = -1 \\ -a - 7b = -10 \end{cases} \quad \begin{cases} 2b + 1 = a \\ 10 = a + 7b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2b + 1 = a \\ 10 = 2b + 1 + 7b \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2b + 1 \\ 9b = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2b + 1 \\ b = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \end{cases}$$

### Aufgabe 3.

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(m + n) = 8 \\ \frac{1}{4}(m - 2n) = 4 \end{cases}$$

Lösung:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}m + \frac{1}{2}n = 8 \\ + \\ \frac{1}{4}m - \frac{1}{2}n = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{2}m + \frac{1}{2}n = 8 \\ \frac{3}{4}m = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{2}m + \frac{1}{2}n = 8 \\ m = \frac{12 \cdot 4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16 + n = 16 \\ m = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} n = 0 \\ m = 16 \end{cases}$$

**Aufgabe 4.**

$$\begin{cases} \frac{1}{6}(c+r) = 4 \\ \frac{1}{3}(c-r) = 8 \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{cases} x = 4 - y \\ (4 - y)^2 + y^2 = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 - y \\ 16 - 8y + y^2 + y^2 = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 - y \\ 2y^2 - 8y + 8 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 - y \\ y^2 - 4y + 4 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 - y \\ (y - 2)^2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 - y \\ y - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 - 2 \\ y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

**Aufgabe 5.**

$$\begin{cases} \frac{2a+1}{5} = \frac{f-1}{2} \\ 4a + 5f = 23 \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{cases} (2a+1) \cdot 2 = 5(f-1) \\ 4a + 5f = 23 \end{cases} \quad \begin{cases} 4a + 2 = 5f - 5 \\ 4a + 5f = 23 \end{cases} \quad \begin{cases} 4a - 5f = -7 \\ 4a + 5f = 23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a - 5f = -7 \\ 8a = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} 4a - 5f = -7 \\ a = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 8 - 5f = -7 \\ a = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} f = 3 \\ a = 2 \end{cases}$$

**Level C**

**Aufgabe 1.**

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ z - y = 6 \\ x - z = 7 \end{cases}$$

Lösung:

$$\begin{cases} x = 5 - y \\ z = 6 + y \\ 5 - y - 6 - y = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5 - y \\ z = 6 + y \\ -2y = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 5 - y \\ z = 6 - y \\ y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 \\ z = 2 \\ y = -4 \end{cases}$$

**Aufgabe 2.**

$$\begin{cases} a + b + c = 9 \\ a + b - c = 7 \\ a - b = 2 \end{cases}$$

Lösung:

$$\begin{cases} a + b + c = 9 \\ a + b - c = 7 \\ a = 2 + b \end{cases} \quad \begin{cases} 2 + 2b + c = 9 \\ 4 + 4b = 16 \\ a = 2 + b \end{cases} \quad \begin{cases} 2b + c = 7 \\ 4b = 12 \\ a = 2 + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 7 - 2b \\ b = 3 \\ a = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} c = 1 \\ b = 3 \\ a = 5 \end{cases}$$

**Aufgabe 3.**

$$\begin{cases} m - n - k = 0 \\ m + n - k = 4 \\ m + n + k = 6 \end{cases}$$

*Lösung:*

#### Aufgabe 4.

$$\begin{cases} \frac{1}{p+c} + \frac{1}{p-c} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{p-c} - \frac{1}{p+c} = \frac{3}{8} \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{cases} \frac{1}{p+c} + \frac{1}{p-c} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{p-c} - \frac{1}{p+c} = \frac{3}{8} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{p+c} + \frac{1}{p-c} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{p-c} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} p - c = 2 \\ \frac{2p}{p^2 - c^2} = \frac{5}{8} \end{cases}$$

$$\begin{cases} p = 2 + c \\ 16p = 5p^2 - 5c^2 \end{cases} \quad \begin{cases} p = 2 + c \\ 16(2 + c) = 5(2 + c)^2 - 5c^2 \quad (1) \end{cases}$$

$$\text{1) } 16(2 + c) = 5(2 + c)^2 - 5c^2$$

$$16(2 + c) = 20 + 20c + 5c^2 - 5c^2$$

$$32 + 16c = 20 + 20c \quad \begin{cases} p = 2 + c \\ c = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} p = 5 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$4c = 12$$

$$c = 3$$

#### Aufgabe 5.

$$\begin{cases} \frac{f+1}{3m-4} = \frac{1}{2} \\ \frac{5m+f}{3m+11} = 1 \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{cases} 2(f+1) = 3m - 4 \\ 5m + f = 3m + 11 \end{cases} \quad \begin{cases} 2f + 2 - 3m = -4 \\ 5m + f - 3m = 11 \end{cases} \quad \begin{cases} 2f - 3m = -6 \\ 2m + f = 11 \end{cases} \\
\begin{cases} f = 11 - 2m \\ 2(11 - 2m) - 3m = -6 \end{cases} \quad \begin{cases} f = 11 - 2m \\ 22 - 4m - 3m = -6 \end{cases} \quad \begin{cases} -7m = -6 - 22 \\ f = 11 - 2m \end{cases} \\
\begin{cases} m = 4 \\ f = 11 - 8 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 4 \\ f = 3 \end{cases}
\end{cases}$$

## 12 Textaufgaben

### 12.1 Übungen

#### Level A

##### Aufgabe 1.

Addiert man zum Dreifachen einer Zahl 4 und multipliziert die Summe mit 5, so erhält man 125.

Wie heißt die Zahl?

##### Aufgabe 2.

Das neue Modell eines Smartphones ist 20% länger als das vorherige Modell und ist 14,4 cm lang. Welche Länge hat das vorherige Modell?

##### Aufgabe 3.

Sasha macht 150 Schritte jede 120 Meter. Wie viele Schritte würde er machen, wenn jeder sein Schritt 20 cm kürzer wäre?

##### Aufgabe 4.

Nicolas hat **2 Mal** so viel Geld wie Peter. Die beiden sind einkaufen gegangen und müssen genauso viel für ihre Einkäufe bezahlen. Nach dem Einkauf haben sie insgesamt **150**. Wie viel Geld hatte jeder vor dem Einkauf, wenn sie insgesamt für **90** eingekauft

haben?

### Aufgabe 5.

Alexander und Benedetta sind gemeinsam viermal so alt wie Benedetta. In 4 Jahren wird Alexander zweimal so alt wie Benedetta. Wie alt sind Alexander und Benedetta?

## 12.2 Lösung

### Level A

#### Aufgabe 1.

Addiert man zum Dreifachen einer Zahl 4 und multipliziert die Summe mit 5, so erhält man 125.

Wie heißt die Zahl?

*Lösung:*

$$(3x + 4) \cdot 5 = 125$$

$$15x = 105$$

$$x = 7$$

#### Aufgabe 2.

Das neue Modell eines Smartphones ist 20% länger als das vorherige Modell und ist 14,4 cm lang. Welche Länge hat das vorherige Modell?

*Lösung:*

$$x + 0,2x = 14,4$$

$$1,2x = 14,4$$

$$x = 12$$

#### Aufgabe 3.

Sasha macht 150 Schritte jede 120 Meter. Wie viele Schritte würde er machen, wenn jeder sein Schritt 20 cm kürzer wäre?

*Lösung:*

I.  $150x = 120 \rightarrow x = 0,8$  (0,8 Meter oder 80 cm)

II.1)  $0,8 - 0,2 = 0,6 \rightarrow 2) \frac{120}{0,6} = 200$

#### **Aufgabe 4.**

Nicolas hat **2 Mal** so viel Geld wie Peter. Die beiden sind einkaufen gegangen und müssen genauso viel für ihre Einkäufe bezahlen. Nach dem Einkauf haben sie insgesamt **150**. Wie viel Geld hatte jeder vor dem Einkauf, wenn sie insgesamt für **90** eingekauft haben?

*Lösung:*

$$x + 2x - 90 = 150$$

$$3x = 240$$

$$x = 80 \Rightarrow 2x = 160$$

Peter: 80

Nicolas: 160

#### **Aufgabe 5.**

Alexander und Benedetta sind gemeinsam viermal so alt wie Benedetta. In 4 Jahren wird Alexander zweimal so alt wie Benedetta. Wie alt sind Alexander und Benedetta?

*Lösung:*

$$\begin{cases} A + B = 4B \\ A + 4 = 2(B + 4) \end{cases} \quad \begin{cases} A = 3B \\ 3B + 4 = 2B + 8 \end{cases} \quad \begin{cases} A = 3B \\ B = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} A = 12 \\ B = 4 \end{cases}$$

**Alexander: 12**

**Benedetta: 4**

## 13 Quadratische Gleichungen

### 13.1 Übungen

Lösen Sie die Gleichung

Level A

Aufgabe 1.

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

Aufgabe 2.

$$x^2 + 2x - 24 = 0$$

Aufgabe 3.

$$3y^2 = 10 - 29y$$

Aufgabe 4.

$$t^2 - 10t + 37 = 0$$

Lösung:

$$t^2 - 10t + 37 = 0$$

$$D = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot 37 = 100 - 148 = -48$$

Antwort : *korreynet*

Aufgabe 5.

$$2p^2 - 4p - 17 = 0$$

Level B

Aufgabe 1.

$$0,7y^2 - 1,3y - 2 = 0$$

Aufgabe 2.

$$(t + 4)^2 = 3t + 40$$

Aufgabe 3.

$$(2p - 3)^2 = 11p - 19$$

**Aufgabe 4.**

$$3(f + 4)^2 = 10f + 32$$

**Aufgabe 5.**

$$(m + 1)^2 = (2m - 1)^2$$

**Level C**

**Aufgabe 1.**

$$\frac{x-4}{x-5} + \frac{x-6}{x+5} = 2$$

**Aufgabe 2.**

$$\frac{t+3}{t-3} + \frac{t-3}{t+3} = 3\frac{1}{3}$$

**Aufgabe 3.**

$$\frac{1}{2-p} - 1 = \frac{1}{p-2} - \frac{6-p}{3p^2-12}$$

**Aufgabe 4.**

$$\frac{k+3}{k-3} + \frac{k-3}{k+3} = 3\frac{1}{3}$$

**Aufgabe 5.**

$$\frac{7f-3}{f-f^2} = \frac{1}{f-1} - \frac{5}{f(f-1)}$$

## 13.2 Lösung

**Level A**

**Aufgabe 1.**

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

*Lösung:*

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$D = 6^2 - 4 * 1 * 9 = 36 - 36 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm 0}{2 * 1} = \frac{-6}{2} = -3$$

Antwort :  $x = -3$

### Aufgabe 2.

$$x^2 + 2x - 24 = 0$$

Lösung:

$$\begin{cases} x^2 + 2x - 24 = 0 \\ x_1 + x_2 = -2, \\ x_1 * x_2 = -24; \\ x_1 = -6, \\ x_2 = 4; \end{cases}$$

Antwort :  $x_1 = -6; x_2 = 4$

### Aufgabe 3.

$$3y^2 = 10 - 29y$$

Lösung:

$$3y^2 + 29y - 10 = 0$$

$$D = 29^2 + 4 * 3 * 10 = 841 + 120 = 961 = 31^2$$

$$y_1 = \frac{-29-31}{2*3} = \frac{-60}{6} = -10$$

$$y_2 = \frac{-29+31}{2*3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Antwort :  $y_1 = -10; y_2 = \frac{1}{3}$

### Aufgabe 4.

$$t^2 - 10t + 37 = 0$$

Lösung:

$$t^2 - 10t + 37 = 0$$

$$D = 10^2 - 4 * 1 * 37 = 100 - 148 = -48$$

Antwort : Keine Wurzeln

Lösung:

Keine Lösung

### Aufgabe 5.

$$2p^2 - 4p - 17 = 0$$

*Lösung:*

$$2p^2 - 4p - 17 = 0$$

$$D = 4^2 + 4 * 2 * 17 = 16 + 136 = 152$$

$$p_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{152}}{2 * 2} = \frac{4 \pm \sqrt{152}}{4}$$

$$\text{Antwort : } p_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{152}}{4}$$

## Level B

### Aufgabe 1.

$$0,7y^2 - 1,3y - 2 = 0$$

*Lösung:*

$$0,7y^2 - 1,3y - 2 = 0$$

$$D = (1,3)^2 + 4 * 0,7 * 2 = 1,69 + 5,6 = 7,29 = (2,7)^2$$

$$y_1 = \frac{1,3 - 2,7}{2 * 0,7} = \frac{-1,4}{1,4} = -1$$

$$y_2 = \frac{1,3 + 2,7}{2 * 0,7} = \frac{4}{1,4}$$

$$\text{Antwort : } y_1 = -1; y_2 = \frac{4}{1,4}$$

### Aufgabe 2.

$$(t + 4)^2 = 3t + 40$$

*Lösung:*

$$t^2 + 8t + 16 - 3t - 40 = 0$$

$$t^2 + 5t - 24 = 0$$

$$\left[ \begin{array}{l} t_1 + t_2 = -5, \\ t_1 * t_2 = -24; \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} t_1 = -8, \\ t_2 = 3; \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} t_1 = -8, \\ t_2 = 3; \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} t_1 = -8, \\ t_2 = 3; \end{array} \right.$$

$$\text{Antwort : } t_1 = -8; t_2 = 3$$

### Aufgabe 3.

$$(2p - 3)^2 = 11p - 19$$

Lösung:

$$4p^2 - 12p + 9 - 11p + 19 = 0$$

$$4p^2 - 23p + 28 = 0$$

$$D = 23^2 - 4 * 4 * 28 = 529 - 448 = 81 = 9^2$$

$$p_1 = \frac{23-9}{2*4} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$$

$$p_2 = \frac{23+9}{2*4} = \frac{32}{8} = 4$$

$$\text{Antwort : } p_1 = \frac{7}{4}; p_2 = 4$$

### Aufgabe 4.

$$3(f + 4)^2 = 10f + 32$$

Lösung:

$$3(f^2 + 8f + 16) - 10f - 32 = 0$$

$$3f^2 + 24f + 48 - 10f - 32 = 0$$

$$3f^2 + 14f + 16 = 0$$

$$D = 14^2 - 4 * 3 * 16 = 196 - 192 = 4$$

$$f_1 = \frac{-14-2}{6} = -\frac{8}{3}$$

$$f_2 = \frac{-14+2}{6} = -2$$

$$\text{Antwort : } f_1 = -\frac{8}{3}; f_2 = -2$$

### Aufgabe 5.

$$(m + 1)^2 = (2m - 1)^2$$

Lösung:

$$m^2 + 2m + 1 = 4m^2 - 4m + 1$$

$$m^2 - 4m^2 + 2m + 4m + 1 - 1 = 0$$

$$-3m^2 + 6m = 0$$

$$-3m(m - 2) = 0$$

$$\begin{cases} -3m = 0, \\ m - 2 = 0; \\ m = 0, \\ m = 2; \end{cases}$$

Antwort :  $m_1 = 0; m_2 = 2$

## Level C

### Aufgabe 1.

$$\frac{x-4}{x-5} + \frac{x-6}{x+5} = 2$$

Lösung:

$$ODZ : x \neq 5; x \neq -5$$

$$\frac{x-4}{x-5} + \frac{x-6}{x+5} = 2 / * (x-5)(x+5)$$

$$(x-4)(x+5) + (x-6)(x-5) = 2(x+5)(x-5)$$

$$x^2 + 5x - 4x - 20 + x^2 - 5x - 6x + 30 = 2(x^2 - 25)$$

$$2x^2 - 10x + 10 = 2x^2 - 50$$

$$-10x + 60 = 0$$

$$-10x = -60$$

$$x = 6$$

Antwort :  $x = 6$

### Aufgabe 2.

$$\frac{t+3}{t-3} + \frac{t-3}{t+3} = 3\frac{1}{3}$$

Lösung:

$$ODZ : t \neq 3; t \neq -3$$

$$\frac{t+3}{t-3} + \frac{t-3}{t+3} = 3\frac{1}{3} / * (t-3)(t+3)$$

$$(t+3)(t+3) + (t-3)(t-3) = 3\frac{1}{3} * (t-3)(t+3)$$

$$(t+3)^2 + (t-3)^2 = 3\frac{1}{3} * (t^2 - 9)$$

$$t^2 + 6t + 9 + t^2 - 6t + 9 = \frac{10}{3}t^2 - 30 / * 3$$

$$3t^2 + 3t^2 + 27 + 27 - 10t^2 + 90 = 0$$

$$-4t^2 + 144 = 0 / : 4$$

$$-t^2 + 36 = 0$$

$$t^2 = 36$$

$$t = \pm 6$$

Antwort :  $t = \pm 6$

### Aufgabe 3.

$$\frac{1}{2-p} - 1 = \frac{1}{p-2} - \frac{6-p}{3p^2-12}$$

Lösung:

$$-\frac{1}{p-2} - 1 = \frac{1}{p-2} - \frac{6-p}{3(p-2)(p+2)} / * 3(p-2)(p+2)$$

$$-3(p+2) - 3(p-2)(p+2) - 3(p+2) + 6 - p = 0$$

$$-3p - 6 - 3p^2 + 12 - 3p - 6 + 6 - p = 0$$

$$-3p^2 - 7p + 6 = 0 / : (-1)$$

$$3p^2 + 7p - 6 = 0$$

$$D = 7^2 + 4 * 3 * 6 = 49 + 72 = 121 = 11^2$$

$$p_1 = \frac{-7-11}{2*3} = \frac{-18}{6} = -3$$

$$p_2 = \frac{-7+11}{2*3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Antwort :  $p_1 = -3; p_2 = \frac{2}{3}$

### Aufgabe 4.

$$\frac{k+3}{k-3} + \frac{k-3}{k+3} = 3\frac{1}{3}$$

Lösung:

$$\text{ODZ : } k \neq 3; k \neq -3$$

$$(k+3)^2 + (k-3)^2 = \frac{10}{3} * (k-3)(k+3) / * 3$$

$$3(k+3)^2 + 3(k-3)^2 = 10(k-3)(k+3)$$

$$3(k^2 + 6k + 9) + 3(k^2 - 6k + 9) = 10(k^2 - 9)$$

$$3k^2 + 18k + 27 + 3k^2 - 18k + 27 - 10k^2 + 90 = 0$$

$$-4k^2 + 144 = 0 / : (-4)$$

$$k^2 = 36$$

$$k = \pm 6$$

Antwort :  $k = \pm 6$

### Aufgabe 5.

$$\frac{7f-3}{f-f^2} = \frac{1}{f-1} - \frac{5}{f(f-1)}$$

Lösung:

$$\text{ODZ : } f \neq 0; f \neq 1$$

$$\frac{7f-3}{f-f^2} = \frac{1}{f-1} - \frac{5}{f(f-1)} / * f(f-1)$$

$$-(7f-3) = f-5$$

$$-7f+3-f+5=0$$

$$-8f+8=0$$

$$-8f=-8$$

$$f=1$$

Antwort : -

## 14 Polynomgleichungen

## 15 Exponentialgleichungen

### 15.1 Übungen

Lösen Sie die Gleichung

Level A

Aufgabe 1.

$$3^{2x-4} = 729$$

Aufgabe 2.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2t-3,5} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Aufgabe 3.

$$5^{f^2+3f} = 5^{3f-8}$$

Aufgabe 4.

$$6^{3x+4} = 6^{x-7}$$

Aufgabe 5.

$$7^{y^2-3y} = 1$$

Level B

Aufgabe 1.

$$\sqrt{2^{-1}} * 2^{x^2-7,5} = 2^{-7}$$

Aufgabe 2.

$$4^y + 2^{y+1} - 24 = 0$$

Aufgabe 3.

$$\frac{0,2^{k-0,5}}{\sqrt{5}} = 5 * 0,04^{k-2}$$

Aufgabe 4.

$$5^{2m-1} + 5^{m+1} = 250$$

**Aufgabe 5.**

$$3^{2n+1} + 2 * 3^{n+2} = 21$$

**Level C**

**Aufgabe 1.**

$$2^{2(x+\sqrt{x^2-2})} - \frac{5}{2} * 2^{x+\sqrt{x^2-2}} = 6$$

**Aufgabe 2.**

$$\sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{2^{3y+3}} + 12 = 0$$

**Aufgabe 3.**

$$9 * 27^{f-\frac{2}{3}} - \frac{2}{81} * 9^{f+2} = 9$$

**Aufgabe 4.**

$$5^{2m+1} - 13 * 15^m + 54 * 9^{m-1} = 0$$

**Aufgabe 5.**

$$(\sqrt{2+\sqrt{3}})^n + (\sqrt{2-\sqrt{3}})^n = 4$$

## 15.2 Lösung

**Level A**

**Aufgabe 1.**

$$3^{2x-4} = 729$$

*Lösung:*

$$3^{2x-4} = 3^6$$

$$2x - 4 = 6$$

$$2x = 6 + 4$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

### Aufgabe 2.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2t-3,5} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Lösung:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2t-3,5} = \left(\frac{1}{3}\right)^{0,5}$$

$$2t - 3,5 = 0,5$$

$$2t = 0,5 + 3,5$$

$$2t = 4$$

$$t = 2$$

### Aufgabe 3.

$$5^{f^2+3f} = 5^{3f-8}$$

Lösung:

$$5^{f^2+3f} = 5^{3f-8}$$

$$f^2 + 3f = 3f - 8$$

$$f^2 + 3f - 3f + 8 = 0$$

$$f^2 + 8 = 0$$

$$f^2 = -8$$

Antwort : keinWurzel

### Aufgabe 4.

$$6^{3x+4} = 6^{x-7}$$

Lösung:

$$6^{3x+4} = 6^{x-7}$$

$$3x + 4 = x - 7$$

$$3x - x + 4 + 7 = 0$$

$$2x + 11 = 0$$

$$2x = -11$$

$$x = -5, 5$$

### Aufgabe 5.

$$7y^2 - 3y = 1$$

Lösung:

$$7y^2 - 3y = 7^0$$

$$y^2 - 3y = 0$$

$$y(y - 3) = 0$$

$$\left[ \begin{array}{l} y = 0, \\ y - 3 = 0; \\ y = 0, \\ y = 3. \end{array} \right.$$

Antwort :  $y_1 = 0; y_2 = 3$

### Level B

#### Aufgabe 1.

$$\sqrt{2^{-1}} * 2^{x^2-7,5} = 2^{-7}$$

Lösung:

$$2^{-\frac{1}{2}} * 2^{x^2-7,5} = 2^{-7}$$

$$-\frac{1}{2} + x^2 - 7,5 + 7 = 0 / * 2$$

$$-1 + 2x^2 - 15 + 14 = 0$$

$$2x^2 - 2 = 0$$

$$2x^2 = 2$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

Antwort :  $x = \pm 1$

#### Aufgabe 2.

$$4^y + 2^{y+1} - 24 = 0$$

$$5^{2m-1} + 5^{m+1} = 250$$

*Lösung:*

$$5^{2m} : 5^1 + 5^m * 5^1 = 250$$

Angenommen  $5^m = t, t > 0$

$$\frac{t^2}{5} + 5t - 250 = 0 / * 5$$

$$t^2 + 25t - 1250 = 0$$

$$D = 25^2 + 4 * 1 * 1250 = 5625 = 75^2$$

$$t_1 = \frac{-25-75}{2*1} = \frac{-100}{2} = -50 (\notin t)$$

$$t_2 = \frac{-25+75}{2*1} = \frac{50}{2} = 25$$

$$5^m = 25$$

$$5^m = 5^2$$

$$m = 2$$

Antwort :  $m = 2$

### Aufgabe 5.

$$3^{2n+1} + 2 * 3^{n+2} = 21$$

*Lösung:*

$$3^{2n} * 3^1 + 2 * 3^n * 3^2 = 21$$

Angenommen  $3^n = t, t > 0$

$$3t^2 + 18t - 21 = 0 / : 3$$

$$t^2 + 6t - 7 = 0$$

$$\left[ \begin{array}{l} t_1 + t_2 = -6, \\ t_1 * t_2 = -7; \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} t_1 = -7 (\notin t), \\ t_2 = 1; \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} t_1 = -7 (\notin t), \\ t_2 = 1; \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} t_1 = -7 (\notin t), \\ t_2 = 1; \end{array} \right.$$

$$3^n = 1$$

$$3^n = 3^0$$

$$n = 0$$

Antwort :  $n = 0$

### Level C

#### Aufgabe 1.

$$2^{2(x+\sqrt{x^2-2})} - \frac{5}{2} * 2^{x+\sqrt{x^2-2}} = 6$$

Lösung:

$$\text{Sei } 2^{x+\sqrt{x^2-2}} = t, t > 0$$

$$t^2 - \frac{5}{2}t - 6 = 0 / * 2$$

$$2t^2 - 5t - 12 = 0$$

$$D = 5^2 + 4 * 2 * 12 = 25 + 96 = 121 = 11^2$$

$$t_1 = \frac{5-11}{2*2} = \frac{-6}{4} = -1,5 (\notin t)$$

$$t_2 = \frac{5+11}{2*2} = \frac{16}{4} = 4$$

$$2^{x+\sqrt{x^2-2}} = 4$$

$$2^{x+\sqrt{x^2-2}} = 2^2$$

$$x + \sqrt{x^2-2} = 2$$

$$\sqrt{x^2-2} = 2 - x$$

$$(\sqrt{x^2-2})^2 = (2-x)^2$$

$$x^2 - 2 = 4 - 4x + x^2$$

$$x^2 - 2 - 4 + 4x - x^2 = 0$$

$$4x - 6 = 0$$

$$4x = 6$$

$$x = 1,5$$

Antwort :  $x = 1,5$

#### Aufgabe 2.

$$\sqrt[y]{64} - \sqrt[y]{2^{3y+3}} + 12 = 0$$

Lösung:

$$2^{\frac{6}{y}} - 2^{\frac{3y+3}{y}} + 12 = 0$$

$$2^{\frac{6}{y}} - 2^{3+\frac{3}{y}} + 12 = 0$$

$$2^{\frac{6}{y}} - 8 * 2^{\frac{3}{y}} + 12 = 0$$

Sei  $2^{\frac{3}{y}} = t, t > 0$

$$t^2 - 8t + 12 = 0$$

$$\left[ \begin{array}{l} t_1 + t_2 = 8, \\ t_1 * t_2 = 12; \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} t_1 = 2, \\ t_2 = 6; \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} 2^{\frac{3}{y}} = 2, \\ 2^{\frac{3}{y}} = 6; \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} \frac{3}{y} = 1, \\ \frac{3}{y} = \log_2 6; \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} y = 3, \\ y = \frac{3}{\log_2 6}; \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} y = 3, \\ y = \frac{3}{\log_2 6}; \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} y = 3, \\ y = \frac{3}{\log_2 6}; \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} y = 3, \\ y = \frac{3}{\log_2 6}; \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} y = 3, \\ y = \frac{3}{\log_2 6}; \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} y = 3, \\ y = \frac{3}{\log_2 6}; \end{array} \right.$$

Antwort :  $y_1 = 3; y_2 = \frac{3}{\log_2 6}$

### Aufgabe 3.

$$9 * 27^{f-\frac{2}{3}} - \frac{2}{81} * 9^{f+2} = 9$$

Lösung:

$$9 * \frac{27^f}{27^{\frac{2}{3}}} - \frac{2}{81} * 9^f * 9^2 = 9$$

$$9 * \frac{27^f}{9} - 2 * 9^f = 9$$

$$27^f - 2 * 9^f = 9$$

$$\text{Pust } 3^f = t, t > 0$$

$$t^3 - 2t^2 - 9 = 0 \quad 0t^3 - 3t^2 + t^2 - 9 = 0$$

$$t^2(t-3) + (t-3)(t+3) = 0$$

$$(t-3)(t^2+t+3) = 0$$

$$\left[ \begin{array}{l} t = 3, \\ t^2 + t + 3 = 0 (t \notin \mathbb{R}); \\ 3^f = 3 \end{array} \right.$$

$$f = 1$$

Antwort :  $f = 1$

#### Aufgabe 4.

$$5^{2m+1} - 13 \cdot 15^m + 54 \cdot 9^{m-1} = 0$$

Lösung:

$$5^{2m} \cdot 5^1 - 13 \cdot 3^m \cdot 5^m + 54 \cdot \frac{9^m}{9} = 0$$

$$5^{2m} \cdot 5^1 - 13 \cdot 3^m \cdot 5^m + 6 \cdot 9^m = 0 / : 9^m$$

$$\frac{5 \cdot 5^{2m}}{9^m} - \frac{13 \cdot 15^m}{9^m} + \frac{6 \cdot 9^m}{9^m} = 0$$

$$5 \left(\frac{5}{3}\right)^{2m} - 13 \left(\frac{5}{3}\right)^m + 6 = 0$$

$$\text{Pust } \left(\frac{5}{3}\right)^m = t, t > 0$$

$$5t^2 - 13t + 6 = 0$$

$$D = 13^2 - 4 \cdot 5 \cdot 6 = 169 - 120 = 49 = 7^2$$

$$t_1 = \frac{13-7}{2 \cdot 5} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$t_2 = \frac{13+7}{2 \cdot 5} = \frac{20}{10} = 2$$

$$\left[ \left(\frac{5}{3}\right)^m = \frac{3}{5}, \right.$$

$$\left. \left(\frac{5}{3}\right)^m = 2; \right.$$

$$\left[ m = -1, \right.$$

$$\left. m = \log_{\frac{5}{3}} 2. \right.$$

Antwort :  $m_1 = -1; m_2 = \log_{\frac{5}{3}} 2$

**Aufgabe 5.**

$$(\sqrt{2 + \sqrt{3}})^n + (\sqrt{2 - \sqrt{3}})^n = 4$$

*Lösung:*

## 16 Logarithmusgleichungen

### 16.1 Übungen

Lösen Sie die Gleichung

**Level A**

**Aufgabe 1.**

$$\log_2(4 - a) = 7$$

**Aufgabe 2.**

$$\log_5(4 + y) = 2$$

**Aufgabe 3.**

$$\log_7(15 + x) = \log_7 3$$

**Aufgabe 4.**

$$\log_{\frac{1}{7}}(7 - m) = -2$$

**Aufgabe 5.**

$$\log_5(7 - x) = \log_5 5(3 - x)$$

**Level B**

**Aufgabe 1.**

$$\log_{\frac{1}{7}}(x^2 + x - 5) = -1$$

**Aufgabe 2.**

$$3\log_2 \frac{1}{2} - \log_2 \frac{1}{32} = \log_2 y$$

# 17 Ungleichungen

## 17.1 Übungen

Lösen Sie die Ungleichung

Übung Level A

**Aufgabe 1.**

$$(x - 4)(x + 7) > 0$$

**Aufgabe 2.**

$$(x + 1)(x + 4)(x - 2) \leq 0$$

**Aufgabe 3.**

$$(y + 4)(3y - 2)(9 - y) \geq 0$$

**Aufgabe 4.**

$$z^2 + 7z \leq 30$$

**Aufgabe 5.**

$$3f - f^2 > -40$$

Level B

**Aufgabe 1.**

$$(2 - x)(x^2 - 9) < 0$$

**Aufgabe 2.**

$$(y^2 - 1)(4 - y) > 0$$

**Aufgabe 3.**

$$\frac{2k-1}{k} > 1$$

**Aufgabe 4.**

$$\frac{2z-1}{z+1} < -1$$

**Aufgabe 5.**

$$\frac{3n+2}{4} - \frac{n-3}{2} > 3$$

### Level C

#### Aufgabe 1.

$$\begin{cases} 2x - 7 \geq 0, \\ x^2 - 7x + 12 \leq 0; \end{cases}$$

#### Aufgabe 2.

$$\begin{cases} 3y - 8 \geq 0, \\ y^2 - 3y + 2 \geq 0; \end{cases}$$

#### Aufgabe 3.

$$\begin{cases} 5m - (m - 5) \leq 13, \\ m < 3(5m - 1) + 17; \end{cases}$$

#### Aufgabe 4.

$$\begin{cases} 3n - (n - 1) \leq 19, \\ n < 2(3n - 1) + 2; \end{cases}$$

#### Aufgabe 5.

$$\begin{cases} f + 1 \leq 0, \\ 2f^2 - 18 \leq 0; \end{cases}$$

## 17.2 Lösung

### Level A

#### Aufgabe 1.

$$(x - 4)(x + 7) > 0$$

*Lösung:*

$$\text{Antwort : } x \in (-\infty; -7) \cup (4; \infty)$$

**Aufgabe 2.**

$$(x + 1)(x + 4)(x - 2) \leq 0$$

*Lösung:*

$$\text{Antwort : } x \in (-\infty; -4] \cup [-1; 2]$$

**Aufgabe 3.**

$$(y + 4)(3y - 2)(9 - y) \geq 0$$

*Lösung:*

$$\text{Antwort : } x \in (-\infty; -4] \cup \left[\frac{2}{3}; 9\right]$$

**Aufgabe 4.**

$$z^2 + 7z \leq 30$$

*Lösung:*

$$\text{Antwort : } z \in [-10; 3]$$

**Aufgabe 5.**

$$3f - f^2 > -40$$

*Lösung:*

$$\text{Antwort : } x \in (-\infty; -5) \cup (8; \infty)$$

**Level B****Aufgabe 1.**

$$(2 - x)(x^2 - 9) < 0$$

*Lösung:*

$$\text{Antwort : } x \in (-3; 2) \cup (3; \infty)$$

**Aufgabe 2.**

$$(y^2 - 1)(4 - y) > 0$$

*Lösung:*

$$\text{Antwort : } x \in (-\infty; -1) \cup (1; 4)$$

### Aufgabe 3.

$$\frac{2k-1}{k} > 1$$

*Lösung:*

$$\text{Antwort : } k < 0 \cup k > 1$$

### Aufgabe 4.

$$\frac{2z-1}{z+1} < -1$$

*Lösung:*

$$\text{Antwort : } -1 < z < 0$$

### Aufgabe 5.

$$\frac{3n+2}{4} - \frac{n-3}{2} > 3$$

*Lösung:*

$$\frac{3n+2}{4} - \frac{n-3}{2} > 3/*4$$

$$(3n + 2) - 2(n - 3) > 12$$

$$3n + 2 - 2n + 6 > 12$$

$$n + 8 > 12$$

$$n > 4$$

## Level C

### Aufgabe 1.

$$\begin{cases} 2x - 7 \geq 0, \\ x^2 - 7x + 12 \leq 0; \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{cases} 2x - 7 \geq 0(1), \\ x^2 - 7x + 12 \leq 0(2); \end{cases}$$

$$(1) 2x - 7 \geq 0$$

$$2x \geq 7$$

$$x \geq 3,5$$

$$(2) x^2 - 7x + 12 \leq 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 7, \\ x_1 * x_2 = 12; \Leftrightarrow \end{cases} \begin{cases} x_1 = 4, \\ x_2 = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3,5, \Leftrightarrow \\ \begin{cases} x_1 \geq 4, \\ x_2 \geq 3; \Leftrightarrow \end{cases} \end{cases} \begin{cases} x \in [3,5; +\infty), \\ x \in [3; 4]. \end{cases}$$

$$\text{Antwort : } x \in [3, 5; 4]$$

### Aufgabe 2.

$$\begin{cases} 3y - 8 \geq 0, \\ y^2 - 3y + 2 \geq 0; \end{cases}$$

Lösung:

$$\begin{cases} 3y - 8 \geq 0(1), \\ y^2 - 3y + 2 \geq 0(2); \end{cases}$$

$$(1) 3y - 8 \geq 0$$

$$y \geq \frac{8}{3}$$

$$(2) y^2 - 3y + 2 \geq 0$$

$$\begin{cases} y_1 + y_2 = 3, \\ y_1 * y_2 = 2; \Leftrightarrow \end{cases} \begin{cases} y_1 = 2, \\ y_2 = 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq \frac{8}{3}, \Leftrightarrow \\ \begin{cases} y_1 = 2, \\ y_2 = 1; \Leftrightarrow \end{cases} \end{cases} \begin{cases} y \in [\frac{8}{3}; +\infty), \\ y \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty). \end{cases}$$

$$\text{Antwort : } y \in [\frac{8}{3}; +\infty)$$

**Aufgabe 3.**

$$\begin{cases} 5m - (m - 5) \leq 13, \\ m < 3(5m - 1) + 17; \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{cases} 5m - (m - 5) \leq 13, \\ m < 3(5m - 1) + 17; \Leftrightarrow \end{cases} \begin{cases} 5m - m + 5 \leq 13, \\ m < 15m - 3 + 17; \Leftrightarrow \end{cases} \begin{cases} 4m \leq 8, \\ -14m < 14; \Leftrightarrow \end{cases} \begin{cases} m \leq 2, \\ m > -1. \end{cases}$$

*Antwort :  $m \in (-1; 2]$*

**Aufgabe 4.**

$$\begin{cases} 3n - (n - 1) \leq 19, \\ n < 2(3n - 1) + 2; \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{cases} 3n - n + 1 \leq 19, \\ n < 6n - 2 + 2; \Leftrightarrow \end{cases} \begin{cases} 2n \leq 19 - 1, \\ n < 6n; \Leftrightarrow \end{cases} \begin{cases} 2n \leq 18, \\ -5n < 0; \Leftrightarrow \end{cases} \begin{cases} n \leq 9, \\ n > 0; \end{cases}$$

*Antwort :  $n \in (0; 9]$*

**Aufgabe 5.**

$$\begin{cases} f + 1 \leq 0, \\ 2f^2 - 18 \leq 0; \end{cases}$$

*Lösung:*

$$\begin{cases} f \leq -1, \\ 2f^2 \leq 18; \Leftrightarrow \end{cases} \begin{cases} f \leq -1, \\ f^2 \leq 9; \Leftrightarrow \end{cases} \begin{cases} f \leq -1, \\ -3 \leq f \leq 3; \Leftrightarrow \end{cases} \begin{cases} f \leq -1, \\ -3 \leq f \leq 3. \end{cases}$$

*Antwort :  $f \in [-3; -1]$*

# 18 Betragsungleichungen

## 18.1 Übungen

Lösen Sie die Ungleichung

**Level A**

**Aufgabe 1.**

$$|6 + 4x| \leq 14$$

**Aufgabe 2.**

$$|3y - 5| < 4$$

**Aufgabe 3.**

$$|z - 8| \geq 3$$

**Aufgabe 4.**

$$|f + 4| > 4$$

**Aufgabe 5.**

$$|2n - 1| < 9$$

**Level B**

**Aufgabe 1.**

$$2 \leq |2x - 4| \leq 10$$

**Aufgabe 2.**

$$|y + 1| \leq |y - 2|$$

**Aufgabe 3.**

$$|2m + 1| \geq 2m^2 + 1$$

**Aufgabe 4.**

$$|5a + 3| < |2a - 1|$$

**Aufgabe 5.**

$$|y^2 + 4y - 5| \leq y^2 + 4y - 5$$

**Level C**

**Aufgabe 1.**

$$|x^2 + 4x| + |-x^2 + 9| \geq (4x + 9)$$

**Aufgabe 2.**

$$\left| \frac{y^2 - 3y - 1}{y^2 + y + 1} \right| < 3$$

**Aufgabe 3.**

$$\left| \frac{z+3}{z-27} \right| < 1$$

**Aufgabe 4.**

$$((a+1)^{-1} - (a+6)^{-1})^2 \leq \frac{|a^2 - 10a|}{(a^2 + 7a + 6)^2}$$

**Aufgabe 5.**

$$25m^2 - 3|3 - 5m| < 30m - 9$$

## 18.2 Lösung

**Level A**

**Aufgabe 1.**

$$|6 + 4x| \leq 14$$

*Lösung:*

$$-14 \leq 6 + 4x \leq 14$$

$$-14 - 6 \leq 4x \leq 14 - 6$$

$$-20 \leq 4x \leq 8$$

$$-5 \leq x \leq 2$$

*Antwort:*  $x \in [-5; 2]$

**Aufgabe 2.**

$$|3y - 5| < 4$$

*Lösung:*

$$4 < 3y - 5 < 4$$

$$-4 + 5 < 3y < 4 + 5$$

$$1 < 3y < 9$$

$$\frac{1}{3} < y < 3$$

*Antwort:*  $y \in (\frac{1}{3}; 3)$

### **Aufgabe 3.**

$$|z - 8| \geq 3$$

*Lösung:*

$$z - 8 \geq 3 \cup z - 8 \leq -3$$

$$z \geq 3 + 8 \cup z \leq 3 + 8$$

$$z \geq 11 \cup z \leq 5$$

*Antwort:*  $z \in (-\infty; 5] \cup [11; +\infty)$

### **Aufgabe 4.** $|f + 4| > 4$

*Lösung:*

$$f + 4 > 4 \cup f + 4 < -4$$

$$f > 4 - 4 \cup f < -4 - 4$$

$$f > 0 \cup f < -8$$

*Antwort:*  $f \in (-\infty; -8) \cup (0; +\infty)$

### **Aufgabe 5.**

$$|2n - 1| < 9$$

*Lösung:*

$$-9 < 2n - 1 < 9$$

$$-9 + 1 < 2n < 9 + 1$$

$$-8 < 2n < 10$$

$$-4 < n < 5$$

Antwort :  $n \in (-4; 5)$

### Level B

#### Aufgabe 1.

$$2 \leq |2x - 4| \leq 10$$

Lösung:

$$|2x - 4| = \begin{cases} 2x - 4, & \text{falls } x \geq 2 \\ -2x + 4, & \text{falls } x \leq 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \leq 2x - 4 \leq 10, \\ 2 \leq -2x + 4 \leq 10. \end{cases} \quad \begin{cases} 6 \leq 2x \leq 14, \\ -2 \leq -2x \leq 6. \end{cases} \quad \begin{cases} 3 \leq x \leq 7, \\ -3 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Antwort :  $x \in [-3; 1] \cup [3; 7]$

#### Aufgabe 2.

$$|y + 1| \leq |y - 2|$$

Lösung:

$$(y + 1)^2 \leq (y - 2)^2$$

$$y^2 + 2y + 1 \leq y^2 - 4y + 4$$

$$y^2 - y^2 + 2y + 4y \leq 4 - 1$$

$$6y \leq 3$$

$$y \leq 0,5$$

Antwort :  $y \in (-\infty; 0,5]$

#### Aufgabe 3.

$$|2m + 1| \geq 2m^2 + 1$$

*Lösung:*

I.

$$2m + 1 \geq 2m^2 + 1$$

$$2m^2 - 2m \leq 0$$

$$m(-1 + m) \leq 0$$

$$0 \leq m \leq 1$$

II.

$$2m + 1 \leq -2m^2 - 1$$

$$2m^2 + 2m + 2 \leq 0$$

$$m^2 + m + 1 \leq 0 \quad D = 1 - 4 < 0$$

*Antwort :*  $m \in [0; 1]$

#### **Aufgabe 4.**

$$|5a + 3| < |2a - 1|$$

*Lösung:*

$$(5a + 3)^2 < (2a - 1)^2$$

$$25a^2 + 30a + 9 < 4a^2 - 4a + 1$$

$$25a^2 - 4a^2 + 30a + 4a + 9 - 1 < 0$$

$$21a^2 + 34a + 8 < 0$$

$$21a^2 + 34a + 8 = 0$$

$$D = 34^2 - 4 * 21 * 8 = 484 = 22^2$$

$$a_1 = \frac{-34-22}{2*21} = \frac{-56}{42} = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}$$

$$a_2 = \frac{-34+22}{2*21} = \frac{-12}{42} = -\frac{2}{7}$$

Antwort :  $a \in (-\frac{4}{3}; -\frac{2}{7})$

### Aufgabe 5.

$$|y^2 + 4y - 5| \leq y^2 + 4y - 5$$

Lösung:

$$\begin{cases} y^2 + 4y - 5 \leq y^2 + 4y - 5, \\ y^2 + 4y - 5 \geq -y^2 - 4y + 5; \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 - y^2 + 4y - 4y - 5 + 5 \leq 0, \\ y^2 + y^2 + 4y + 4y - 5 - 5 \geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 0 = 0, \\ 2y^2 + 8y - 10 \geq 0; \end{cases}$$

Antwort :  $y \in (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$

### Level C

#### Aufgabe 1.

$$|x^2 + 4x| + |-x^2 + 9| \geq (4x + 9)$$

Lösung:

Antwort :  $x \in (-\infty; \infty)$

#### Aufgabe 2.

$$\left| \frac{y^2 - 3y - 1}{y^2 + y + 1} \right| < 3$$

Lösung:

$$\begin{cases} \frac{y^2 - 3y - 1}{y^2 + y + 1} < 3, \\ \frac{y^2 - 3y - 1}{y^2 + y + 1} > -3; \Leftrightarrow \end{cases} \begin{cases} y^2 - 3y - 1 < 3(y^2 + y + 1), \\ y^2 - 3y - 1 > -3(y^2 + y + 1); \Leftrightarrow \end{cases} \begin{cases} y^2 - 3y - 1 < 3y^2 + 3y + 3, \\ y^2 - 3y - 1 > -3y^2 - 3y - 3; \Leftrightarrow \end{cases}$$
$$\begin{cases} y^2 - 3y^2 - 3y - 3y - 1 - 3 < 0, \\ y^2 + 3y^2 - 3y + 3y - 1 + 3 > 0; \Leftrightarrow \end{cases} \begin{cases} -2y^2 - 6y - 4 < 0, \\ 4y^2 + 2 > 0; \Leftrightarrow \end{cases} \begin{cases} y^2 + 3y + 2 > 0, \\ 2y^2 + 1 > 0; \Leftrightarrow \end{cases}$$
$$\begin{cases} y < -2 \cup y > -1 \\ y - \text{beliebig} \end{cases}$$

Antwort :  $y < -2 \cup y > -1$

### Aufgabe 3.

$$\left| \frac{z+3}{z-27} \right| < 1$$

Lösung:

$$\begin{cases} \frac{z+3}{z-27} < 1 \\ \frac{z+3}{z-27} > -1; \Leftrightarrow \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{z+3-z+27}{z-27} < 0, \\ \frac{z+3+z-27}{z-27} > 0; \Leftrightarrow \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z-27 < 0, \\ \frac{z-12}{z-27} > 0; \Leftrightarrow \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z < 27. \\ z < 12. \end{cases}$$

Antwort :  $z \in (-\infty; 12)$

### Aufgabe 4.

$$((a+1)^{-1} - (a+6)^{-1})^2 \leq \frac{|a^2-10a|}{(a^2+7a+6)^2}$$

Lösung:

$$\text{Antwort : } a \in (-\infty; -6) \cup (-6; 5 - 5\sqrt{2}) \cup \{5\} \cup [5 + 5\sqrt{2}; +\infty)$$

### Aufgabe 5.

$$25m^2 - 3|3 - 5m| < 30m - 9$$

Lösung:

$$\text{Antwort : } m \in (0; \frac{3}{5}) \cup (\frac{3}{5}; \frac{6}{5})$$

## 19 Lineare Funktionen

### 19.1 Übungen

Skizzieren Sie den Graph der Funktion

Aufgaben 1-10: Skizzieren Sie den Graph der Funktion.

#### Aufgabe 1.

$$y = -3x + 7$$

**Aufgabe 2.**

$$y = 2x - 2$$

**Aufgabe 3.**

$$y = 0,7x$$

**Aufgabe 4.**

$$y = 1,3x$$

**Aufgabe 5.**

$$y = 2(x - 1) + 3$$

**Aufgabe 6.**

$$y = |x| - 1$$

**Aufgabe 7.**

$$y = |2x - 4|$$

**Aufgabe 8.**

$$y = 1 - |x|$$

**Aufgabe 9.**

$$y = |x| + x$$

**Aufgabe 10.**

$$y = |x| - x$$

**Aufgaben 11-13:** Berechnen Sie den Schnittpunkt der beiden Funktionen  
(an welchem Punkt schneiden sich die Geraden?).

**Aufgabe 11.**

$$f(x) = 4 - x \text{ und } g(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

**Aufgabe 12.**

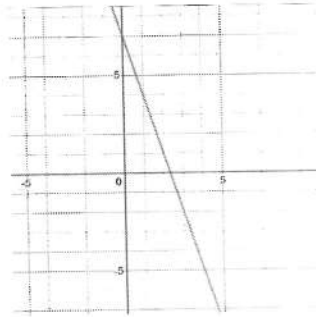
$$f(x) = 2 - x \text{ und } h(x) = 3(x + 2)$$

**Aufgabe 13.**

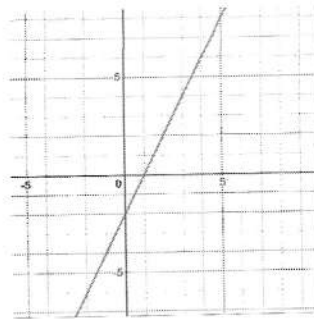
$$g(x) = -\frac{1}{4}x \text{ und } h(x) = x - 3$$

## 19.2 Lösung

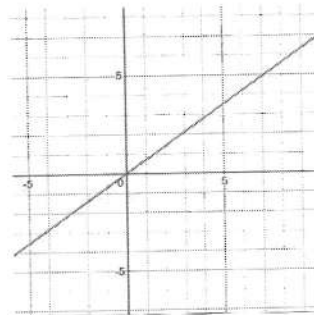
Aufgabe 1.  $y = 3x^2$



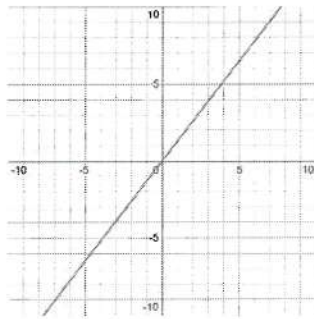
Aufgabe 2.  $y = -4x^2$



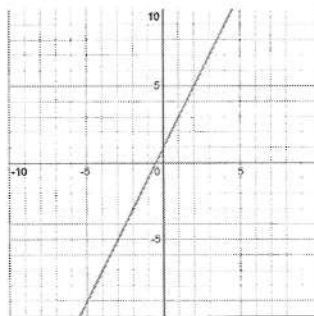
Aufgabe 3.  $y = 2x^2$



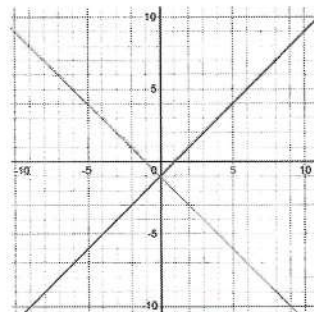
Aufgabe 4.  $y = -\frac{1}{2}x^2$



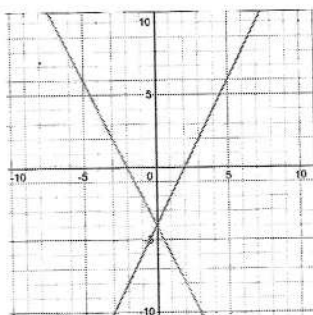
Aufgabe 5.  $y = \frac{1}{3}x^2$



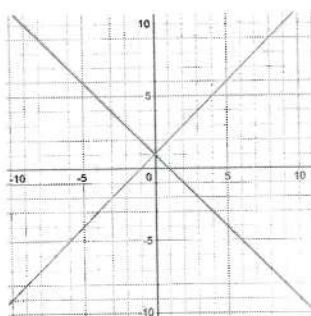
Aufgabe 6.  $y = -2x^2 + 6$



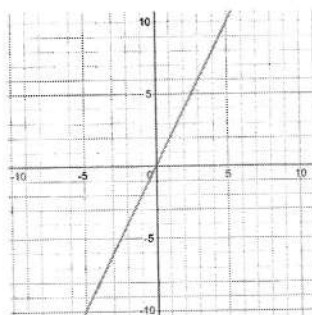
Aufgabe 7.  $y = |2x - 4|$



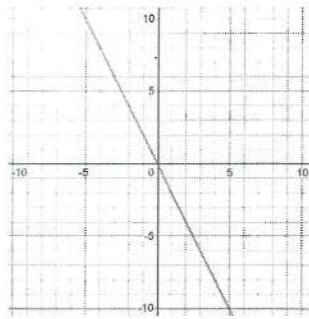
Aufgabe 8.  $y = 1 - |x|$



Aufgabe 9.  $y = |x| + x$



**Aufgabe 10.**  $y = |x| - x$



**Aufgabe 11.**

$$f(x) = 4 - x \text{ und } g(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

die zwei Gleichungen gleichsetzen:

$$4 - x = \frac{1}{2}x + 2$$

$$1,5x = 2$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$x$  in eine der Gleichungen einsetzen, um den Wert von  $y$  zu ermitteln:

$$y = 4 - \frac{4}{3}$$

$$y = 2\frac{2}{3}$$

**Aufgabe 12.**

$$f(x) = 2 - x \text{ und } h(x) = 3(x + 2)$$

$$2 - x = 3(x + 2)$$

$$x = -1$$

$$y = 3(-1 + 2)$$

$$y = 3 \text{ Aufgabe 13.}$$

$$g(x) = -\frac{1}{4}x \text{ und } h(x) = x - 3$$

$$-\frac{1}{4}x = x - 3$$

$$x = 2,4$$

$$y = 2,4 - 3$$

$$y = -0,6$$

## 20 Quadratische Funktionen

### 20.1 Übungen

Skizzieren Sie den Graph der Funktion.

Aufgabe 1.  $y = 3x^2$

Aufgabe 2.  $y = -4x^2$

Aufgabe 3.  $y = 2x^2$

Aufgabe 4.  $y = -\frac{1}{2}x^2$

Aufgabe 5.  $y = \frac{1}{3}x^2$

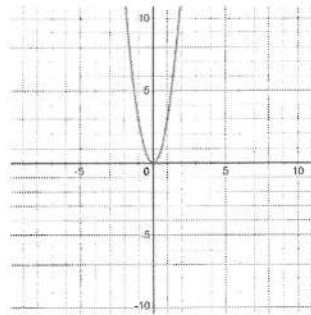
Aufgabe 6.  $y = -2x^2 + 6$

## 20.2 Lösung

Skizzieren Sie den Graph der Funktion.

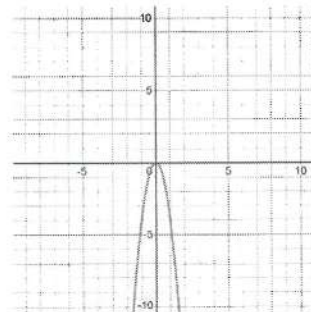
Aufgabe 1.  $y = 3x^2$

Lösung:



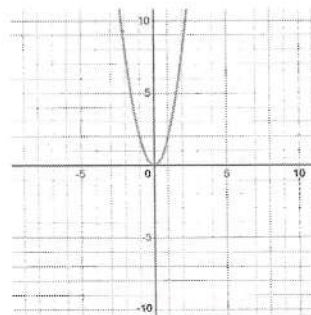
Aufgabe 2.  $y = -4x^2$

Lösung:



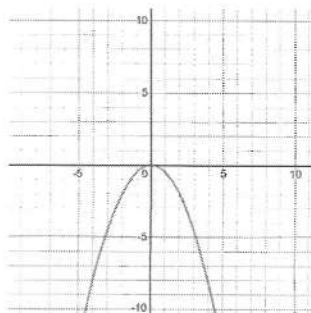
Aufgabe 3.  $y = 2x^2$

Lösung:



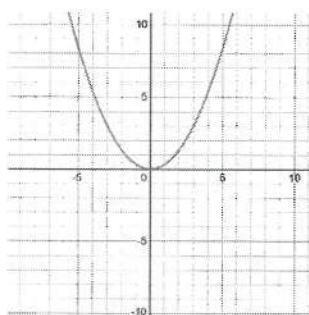
**Aufgabe 4.**  $y = -\frac{1}{2}x^2$

Lösung:



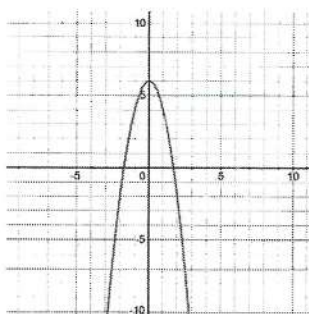
**Aufgabe 5.**  $y = \frac{1}{3}x^2$

Lösung:



**Aufgabe 6.**  $y = -2x^2 + 6$

Lösung:



## 21 Potenzfunktionen

### 21.1 Übungen

Skizzieren Sie den Graph der Funktion

**Aufgabe 1.**

$$f(x) = x^3$$

**Aufgabe 2.**

$$f(x) = x^{-3}$$

**Aufgabe 3.**

$$f(x) = x^{\frac{1}{2}}$$

**Aufgabe 4.**

$$f(x) = x^{-2}$$

**Aufgabe 5.**

$$f(x) = x^{-\frac{1}{2}}$$

**Aufgabe 6.**

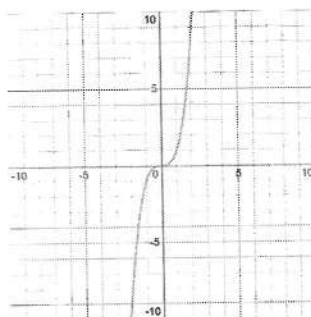
$$f(x) = -x^{\frac{1}{3}}$$

**Aufgabe 7.**

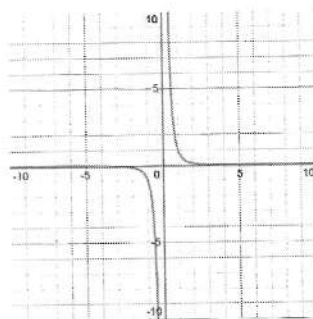
$$f(x) = -x^{-\frac{1}{3}}$$

## 21.2 Lösung

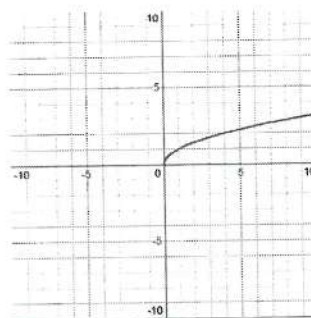
Aufgabe 1.  $f(x) = x^3$



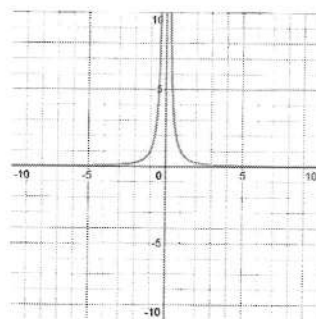
Aufgabe 2.  $f(x) = x^{-3}$



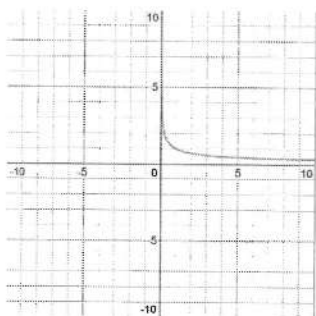
Aufgabe 3.  $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$



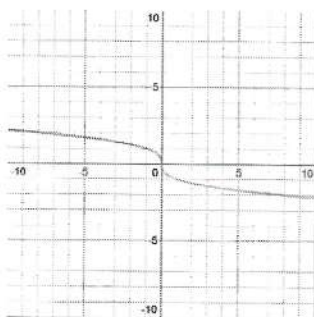
Aufgabe 4.  $f(x) = x^{-2}$



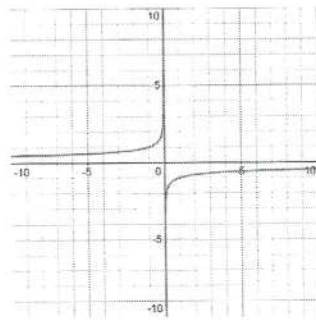
Aufgabe 5.  $f(x) = x^{-\frac{1}{2}}$



Aufgabe 6.  $f(x) = -x^{\frac{1}{3}}$



Aufgabe 7.  $f(x) = -x^{-\frac{1}{3}}$



## 22 Exponential-/Logarithmusfunktionen

### 22.1 Übungen

Skizzieren Sie den Graph der Funktion

**Aufgabe 1.**

$$f(x) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

**Aufgabe 2.**

$$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$$

**Aufgabe 3.**

$$f(x) = \frac{1}{4} \cdot 2^x$$

**Aufgabe 4.**

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot 3^x$$

**Aufgabe 5.**

$$f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$$

**Aufgabe 6.**

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} (x + 1)$$

**Aufgabe 7.**

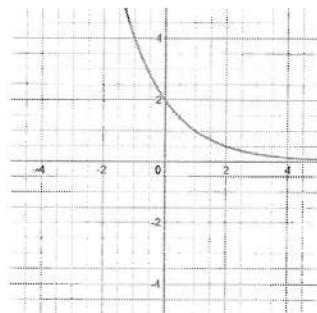
$$f(x) = \log_4(x - 2)$$

**Aufgabe 8.**

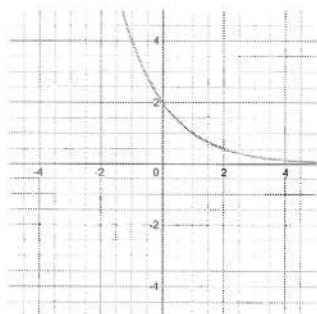
$$f(x) = \log_3 x$$

## 22.2 Lösung

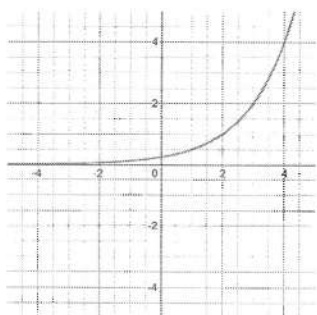
Aufgabe 1.  $f(x) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$



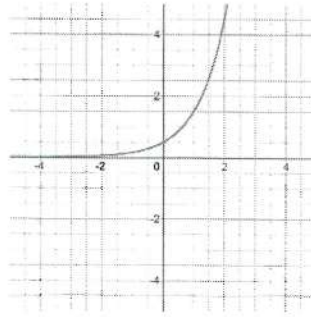
Aufgabe 2.  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$



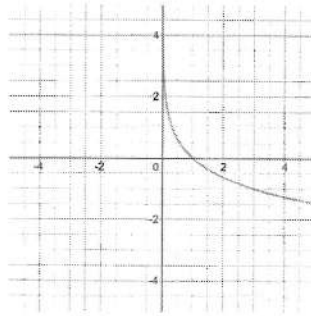
Aufgabe 3.  $f(x) = \frac{1}{4} \cdot 2^x$



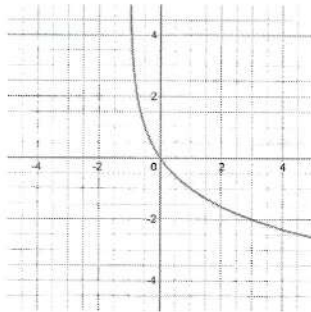
Aufgabe 4.  $f(x) = \frac{1}{2} \cdot 3^x$



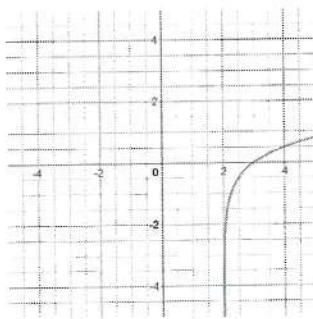
Aufgabe 5.  $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$



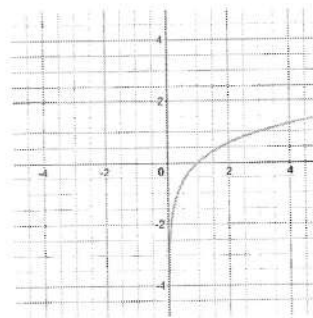
Aufgabe 6.  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} (x + 1)$



Aufgabe 7.  $f(x) = \log_4(x - 2)$



Aufgabe 8.  $f(x) = \log_3 x$



## 23 Trigonometrische Funktionen.

### 23.1 Übungen

Aufgaben 1-2: Ordnen Sie den Funktionsgleichungen die richtigen Funktionsgraphen zu

#### Aufgabe 1.

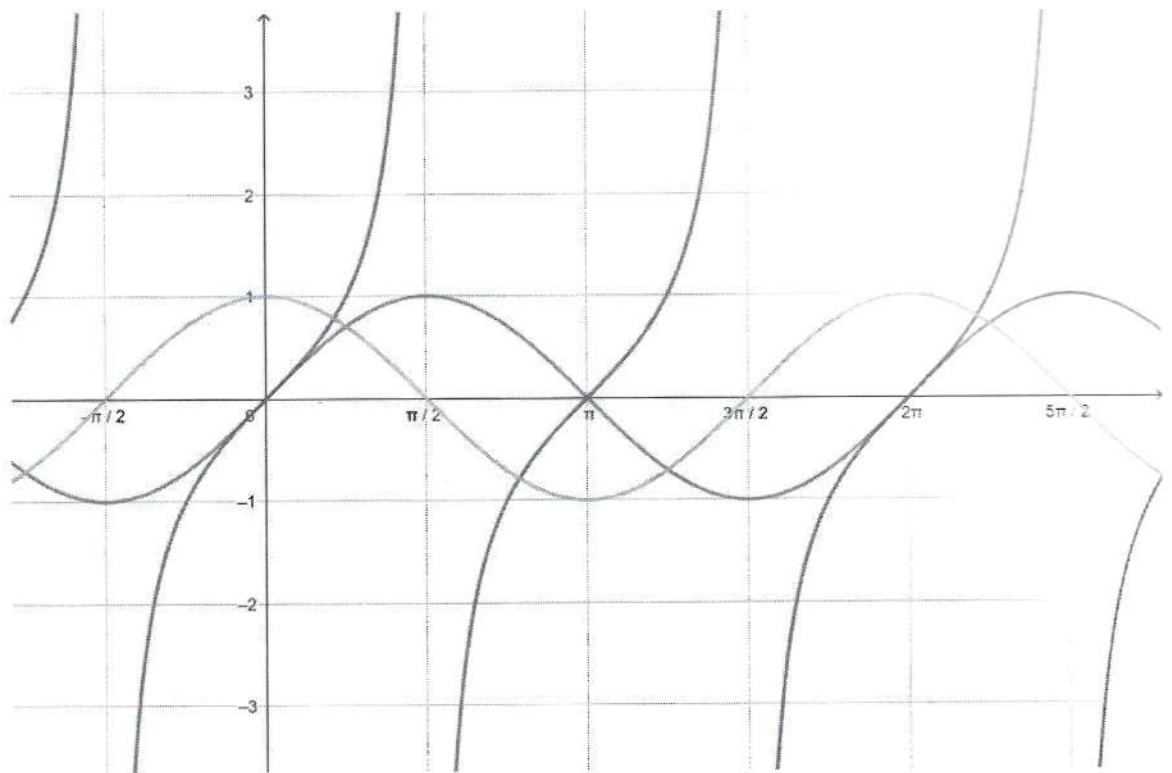
Funktionsgleichungen:

$$f(x) = \sin(x)$$

$$g(x) = \tan(x)$$

$$h(x) = \cos(x)$$

Funktionsgraphen:



## Aufgabe 2.

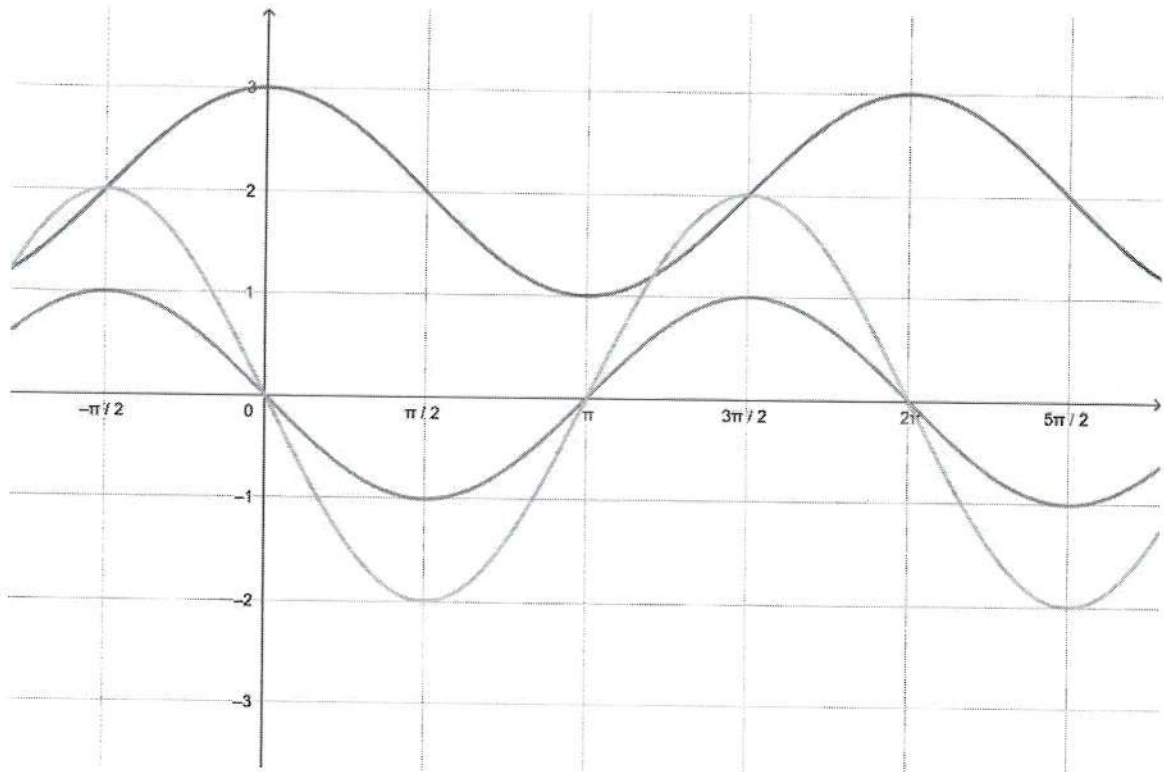
Funktionsgleichungen:

$$f(x) = \sin(x + \pi)$$

$$g(x) = \sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) + 2$$

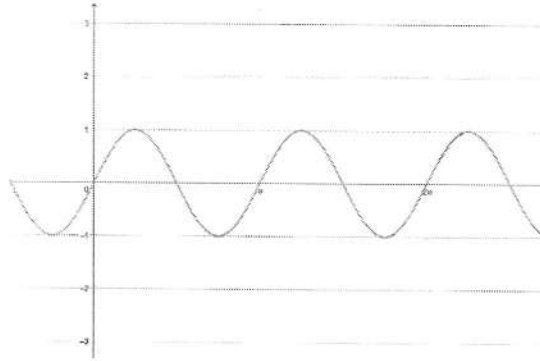
$$h(x) = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

Funktionsgraphen:

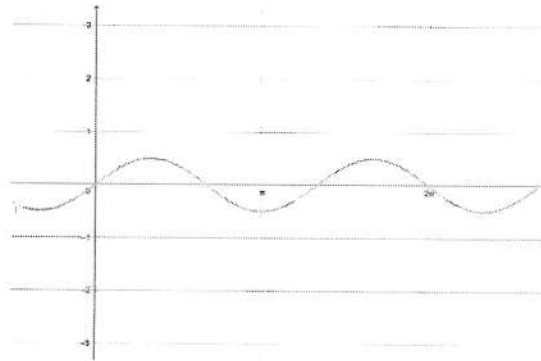


**Aufgaben 3-6: Skizzieren Sie den Graph der Funktion.**

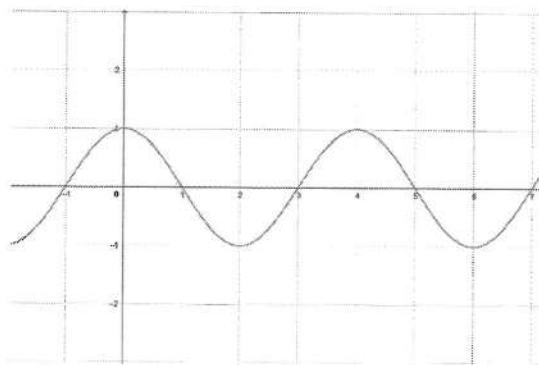
**Aufgabe 3.**  $f(x) = \sin(2x)$



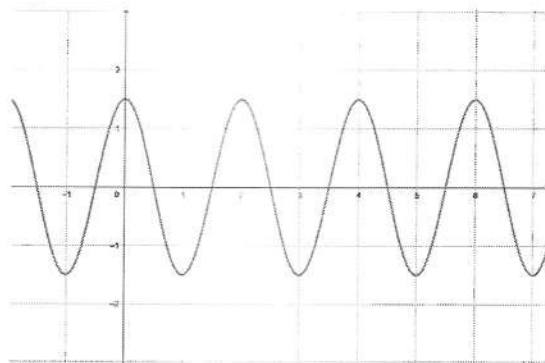
**Aufgabe 4.**  $f(x) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{3}{2}x\right)$



**Aufgabe 5.**  $h(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right)$



Aufgabe 6.  $g(x) = \frac{3}{2} \cos(\pi \cdot x)$



## 24 Vektoren

### 24.1 Übungen

Aufgaben 1-4: Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ -8 \\ 3 \end{pmatrix}$   $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 1.

$$\vec{a} - \vec{b} =$$

Aufgabe 2.

$$2\vec{a} + \vec{b} =$$

Aufgabe 3.

$$\vec{a} + \vec{b} =$$

Aufgabe 4.

$$2\vec{b} - \vec{a} =$$

Aufgabe 5.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie:

$$|\vec{a} + \vec{b}| =$$

Aufgaben 6-8: Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 10 & 5 \end{pmatrix}$   $\vec{b} = \begin{pmatrix} 6 & 8 \end{pmatrix}$

Aufgabe 6.

$$2\vec{b} - \vec{a} =$$

Aufgabe 7.

$$|\vec{a} - \vec{b}| =$$

Aufgabe 8.

$$3\vec{a} - 1,5\vec{b} =$$

Aufgabe 9.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie:

$$\vec{a}\vec{b} =$$

## 24.2 Lösung

Aufgaben 1-4: Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ -8 \\ 3 \end{pmatrix}$   $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 1.

$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 2.**

$$2\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 14 \\ -16 \\ 8 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 3.**

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 9 \\ -8 \\ 5 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 4.**

$$2\vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 5.**

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Bestimmen Sie:**

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{64 + 36} = 10$$

**Aufgaben 6-8:** Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 10 & 5 \end{pmatrix}$   $\vec{b} = \begin{pmatrix} 6 & 8 \end{pmatrix}$

**Aufgabe 6.**

$$2\vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 2 & 11 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 7.**

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{16 + 9} = 5$$

**Aufgabe 8.**

$$3\vec{a} - 1,5\vec{b} = \begin{pmatrix} 21 & 3 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 9.**

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Bestimmen Sie:**

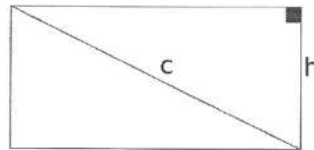
$$\vec{a} \circ \vec{b} = 6 \cdot 5 + (-7) \cdot 0 + 4 \cdot 3 = 42$$

## 25 Flächen und Umfänge

### 25.1 Übungen

#### Aufgabe 1.

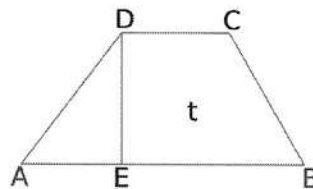
Die Diagonale  $c = 13\text{cm}$  und die Höhe  $h = 8\text{cm}$  eines Rechtecks sind gegeben. Bestimmen Sie den Flächeninhalt  $A$  des Rechtecks.



#### Aufgabe 2.

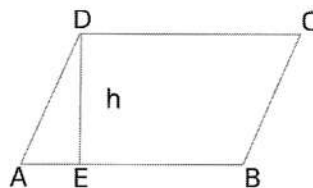
Gegeben für das Trapez  $ABCD$  sind  $AB = 8\text{cm}$ ,  $AE = CD = 3\text{cm}$ ,  $DE = 4\text{cm}$ .

Bestimmen Sie die Teilfläche  $t$ .



#### Aufgabe 3.

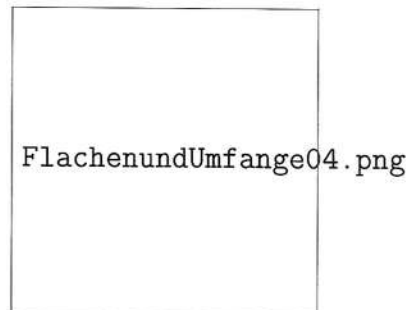
Das Volumen eines Würfels beträgt  $27\text{cm}^3$ . Bestimmen Sie die Oberfläche des Würfels.



#### Aufgabe 4.

Gegeben für das Parallelogramm  $ABCD$  sind  $AD = 50\text{cm}$ ,  $CD = 100\text{cm}$  und  $BE = 70\text{cm}$ .

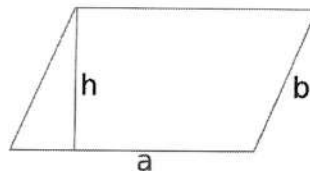
Berechnen Sie den Flächeninhalt  $A$ .



#### Aufgabe 5.

Der Umfang  $u = 34\text{cm}$ , die Höhe  $h = 5\text{cm}$  und die Seite  $b = 7\text{cm}$  eines Parallelogramms sind gegeben.

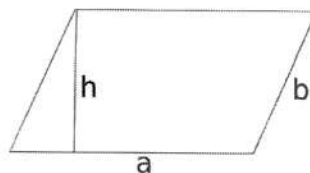
Bestimmen Sie den Flächeninhalt  $A$  des Parallelogramms.



#### Aufgabe 6.

Die Seite  $b = 68\text{cm}$  und der Umfang  $u = 250\text{cm}$  eines Parallelogramms sind gegeben.

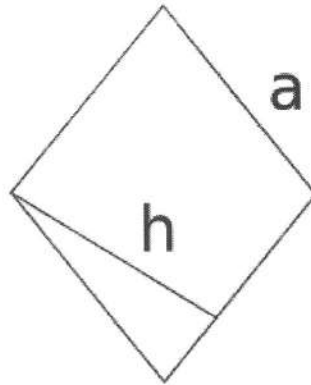
Wie lang ist die Seite  $a$  des Parallelogramms?



### Aufgabe 7.

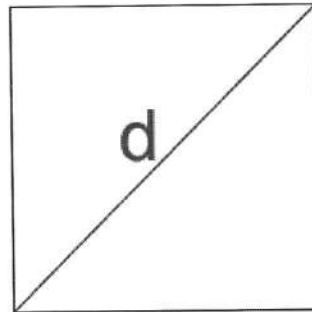
Gegeben ist eine Seitenlänge von  $a = 28\text{cm}$  und eine Flächenhöhe von  $h = 22\text{cm}$ .

Berechnen Sie den Umfang  $u$  und den Flächeninhalt  $A$  der Raute.



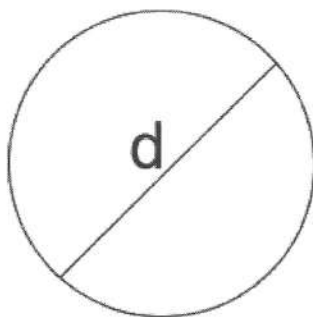
### Aufgabe 8.

Diagonale  $d$  eines Quadrats beträgt  $6\text{cm}$ . Bestimmen Sie den Flächeninhalt  $A$  des Quadrates.



### Aufgabe 9.

Diameter  $d$  eines Kreises beträgt 8cm. Bestimmen Sie den Umfang  $u$  und den Flächeninhalt  $A$  des Kreises.



### Aufgabe 10.

Gegeben für das Parallelogramm  $ABCD$  sind  $CD = 300\text{cm}$ ,  $h = 120\text{cm}$  und  $BE = 210\text{cm}$ .

Bestimmen Sie den Umfang  $u$ .

